

# CONCOURS NATIONAL COMMUN - 2022 - MP

## PHYSIQUE 1

Pr. A. EDDIB - CPGE SAFI  
amine.eddib14@gmail.com

Pr. Y. BOUASRIA - CPGE SAFI  
bouasria.yousseff@gmail.com

*N'hésitez pas à nous contacter pour toute remarque ou suggestion*

### PARTIE 1

#### TURBINE À GAZ

1. La variation de l'énergie cinétique est négligeable  $\Delta e_c = e_{c,s} - e_{c,e} \approx 0$ , turbine est horizontale, donc  $\Delta e_p = e_{p,s} - e_{p,e} = 0$ , et dans l'hypothèse d'un écoulement adiabatique on a  $P_{th} = 0$ , le premier principe de la thermodynamique s'écrit alors :

$$D_m \Delta h = P_u \quad \text{avec} \quad \Delta h = h_s - h_e = c_p(T_s - T_e)$$

La puissance maximale cédée à la turbine est donc :  $P_u = D_m c_p(T_s - T_e)$

2. La variation de l'entropie molaire entre l'entrée est la sortie est :

$$\Delta S_m = S_{m,s} - S_{m,e} = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

La variation de l'entropie massique entre l'entrée est la sortie est :

$$\Delta s = \frac{S_{m,s} - S_{m,e}}{M} = s_{m,s} - s_{m,e} = \frac{\gamma R/M}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - \frac{R}{M} \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = -362,54 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} < 0$$

D'après le second principe de la thermodynamique  $D_m \Delta s = s_{créée}$  on s'attend normalement à un résultat positif ( $s_{créée} \geq 0$ ), donc le terme  $P_{th}/T_0$  existe, et il est négatif et plus important en valeur absolue que  $s_{créée}$  ce qui est contradictoire avec l'hypothèse de l'écoulement adiabatique.

3. En considérant à priori que la transformation est réversible  $s_{créée} = 0$ , d'après le second principe de la thermodynamique, la puissance thermique perdue par la vapeur d'eau  $P_{th} = T_0 D_m \Delta s = -111,66 \text{ kW}$
4. D'après le premier principe de la thermodynamique, la puissance cédée à la turbine :

$$\begin{aligned} P_u &= D_m c_p(T_s - T_e) - P_{th} \\ P_u &= D_m \frac{\gamma R/M}{\gamma - 1}(T_s - T_e) - P_{th} \\ P_u &= -488,80 \text{ kW} \end{aligned}$$

### PARTIE 2

#### VIBROMÈTRE

##### 1. Vibromètre mécanique

- 1.1. La deuxième loi de Newton appliquée à la masse  $m$  dans le référentiel du laboratoire ( $R$ ) considéré galiléen :

$$m \vec{a} = \vec{P} + \vec{T} + \vec{F}$$

avec :

$$\begin{aligned} \vec{P} &= m \vec{g} = -mg \vec{e}_z : \text{Poids de la masse } m \\ \vec{T} &= -k(z_1(t) + z_{1,\text{éq}} - z_2(t) - \ell_0) \vec{e}_z : \text{Tension du ressort et } \ell_0 \text{ sa longueur à vide,} \\ &\quad \text{avec } z_{1,\text{éq}} \text{ position de la masse } m \text{ lorsqu'elle est à l'équilibre} \\ \vec{F} &= -\alpha \frac{d}{dt}(z_1(t) + z_{1,\text{éq}} - z_2(t)) \vec{e}_z : \text{Force de frottement visqueux} \\ \vec{a} &= \frac{d^2(z_1 + z_{1,\text{éq}})}{dt^2} \vec{e}_z = \frac{d^2 z_1}{dt^2} \vec{e}_z : \text{accélération de la masse } m \end{aligned}$$

Projection du P.F.D sur  $\vec{e}_z$  :

$$\begin{aligned} m \frac{d^2 z_1}{dt^2} &= -\alpha \frac{d}{dt}(z_1(t) + z_{1,\text{éq}} - z_2(t)) - k(z_1(t) + z_{1,\text{éq}} - z_2(t) - \ell_0) - mg \\ m \frac{d^2 z_1}{dt^2} &= -\alpha \frac{d}{dt}(z_1(t) - z_2(t)) - k(z_1(t) + z_{1,\text{éq}} - z_2(t)) + k\ell_0 - mg \end{aligned}$$

À l'équilibre la base est fixe :  $z_2(t) = z_{2,\text{éq}}$  et  $z_{2,\text{éq}} = 0$  car l'origine de l'axe ( $Oz$ ) correspond à la position d'équilibre du système, et  $z_1(t) = z_{1,\text{éq}}$ . L'équation précédente s'écrit dans ce cas :

$$0 = -kz_{1,\text{éq}} + k\ell_0 - mg$$

On retrouve l'équation demandée par l'énoncé, en utilisant la variable :  $z(t) = z_1(t) - z_2(t)$

$$\begin{aligned}
 m \frac{d^2 z_1}{dt^2} &= -\alpha \frac{d}{dt} (z_1(t) - z_2(t)) - k(z_1(t) - z_2(t)) \\
 \frac{d^2 z_1}{dt^2} + \frac{\alpha}{m} \frac{d}{dt} (z_1(t) - z_2(t)) + \frac{k}{m} (z_1(t) - z_2(t)) &= 0 \\
 \frac{d^2 z_1}{dt^2} + \frac{\alpha}{m} \frac{dz}{dt} + \frac{k}{m} z &= 0 \\
 \frac{d^2 z_1}{dt^2} - \frac{d^2 z_2}{dt^2} + \frac{\alpha}{m} \frac{dz}{dt} + \frac{k}{m} z &= -\frac{d^2 z_2}{dt^2} \\
 \frac{d^2 (z_1 - z_2)}{dt^2} + \frac{\alpha}{m} \frac{dz}{dt} + \frac{k}{m} z &= -\frac{d^2 z_2}{dt^2} \\
 \frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{\alpha}{m} \frac{dz}{dt} + \frac{k}{m} z &= -\frac{d^2 z_2}{dt^2} \\
 \frac{d^2 z}{dt^2} + \beta \omega_0 \frac{dz}{dt} + \omega_0^2 z &= -\frac{d^2 z_2}{dt^2} \\
 \beta &= \frac{\alpha}{m} \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\alpha}{\sqrt{km}} \quad \text{et} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}
 \end{aligned}$$

1.2. La solution  $z(t)$  peut s'écrire sous la forme :  $z(t) = Z \cos(\omega t - \delta - \frac{\pi}{2})$  et  $z_2(t) = Z_2 \sin(\omega t) = Z_2 \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$

On écrivant l'équation de la question précédente en notation complexe, on obtient :

$$\frac{d^2 \underline{z}}{dt^2} + \beta \omega_0 \frac{d\underline{z}}{dt} + \omega_0^2 \underline{z} = -\frac{d^2 \underline{z}_2}{dt^2}$$

Avec  $\underline{z} = Z \exp j(\omega t - \delta - \frac{\pi}{2})$  et  $\underline{z}_2 = Z_2 \exp j(\omega t - \frac{\pi}{2})$ , en remplaçant dans l'équation ci-dessus on aura :

$$\begin{aligned}
 (j\omega)^2 \underline{z} + j\beta \omega_0 \omega \underline{z} + \omega_0^2 \underline{z} &= -(j\omega)^2 \underline{z}_2 \\
 (j\omega)^2 Z \exp j(\omega t - \delta - \frac{\pi}{2}) + j\beta \omega_0 \omega Z \exp j(\omega t - \delta - \frac{\pi}{2}) + \omega_0^2 Z \exp j(\omega t - \delta - \frac{\pi}{2}) &= -(j\omega)^2 Z_2 \exp j(\omega t - \frac{\pi}{2}) \\
 (j\omega)^2 Z \exp -j\delta + j\beta \omega_0 \omega Z \exp -j\delta + \omega_0^2 Z \exp -j\delta &= -(j\omega)^2 Z_2 \\
 Z \exp -j\delta ((j\omega)^2 + j\beta \omega_0 \omega + \omega_0^2) &= -(j\omega)^2 Z_2 \\
 Z \exp -j\delta &= \frac{-(j\omega)^2 Z_2}{(j\omega)^2 + j\beta \omega_0 \omega + \omega_0^2} = \frac{\omega^2 Z_2}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\beta \omega \omega_0}
 \end{aligned}$$

L'amplitude complexe est :  $\underline{Z} = Z \exp -j\delta$

$$\underline{Z} = \frac{\omega^2 Z_2}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\beta \omega \omega_0}$$

L'amplitude réelle :  $Z = |\underline{Z}|$

$$Z(\omega) = \frac{\omega^2 Z_2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\beta \omega \omega_0)^2}}$$

L'argument de  $\underline{Z}$  est  $-\delta$  c'est-à-dire  $-\delta = \arg(\underline{Z})$  et on a :

$$\begin{aligned}
 \underline{Z} &= \frac{\omega^2 Z_2}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\beta \omega \omega_0} = \frac{-j\omega^2 Z_2}{\beta \omega \omega_0 - j(\omega_0^2 - \omega^2)} \\
 -\delta &= -\frac{\pi}{2} - \arctan \left( \frac{-(\omega_0^2 - \omega^2)}{\beta \omega \omega_0} \right) \\
 -\delta &= -\frac{\pi}{2} + \arctan \left( \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\beta \omega \omega_0} \right) \\
 \delta(\omega) &= \frac{\pi}{2} - \arctan \left( \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\beta \omega \omega_0} \right)
 \end{aligned}$$

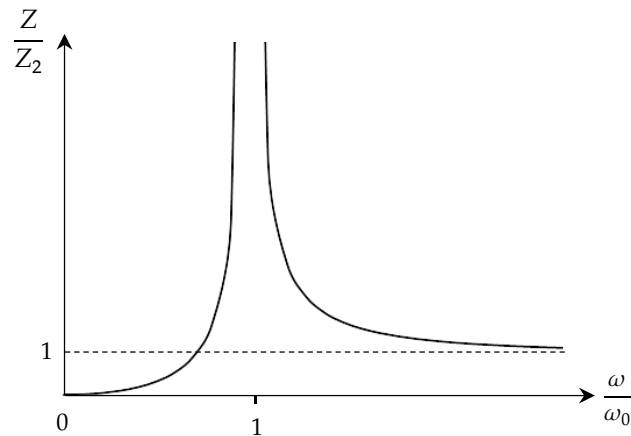
1.3. L'expression du rapport  $Z/Z_2$  en fonction de  $\omega/\omega_0$  :

$$\frac{Z}{Z_2} = \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \beta^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

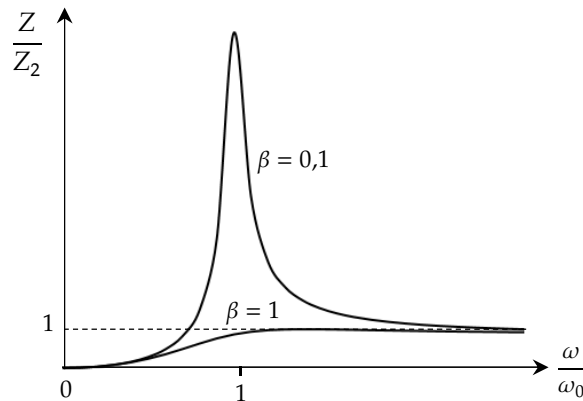
— Pour  $\beta = 0$  le rapport devient :

$$\frac{Z}{Z_2} = \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2}} = \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{\left|1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right|}$$

La représentation graphique :



— Pour  $\beta = 0,1$  et  $\beta = 1$  : Il faut remarque ici que  $\beta$  est l'inverse du facteur de qualité.



1.4. Pour  $\omega \gg \omega_0$  :

$$\frac{Z}{Z_2} = \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \beta^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \approx \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \approx 1 \rightarrow Z \approx Z_2$$

$$\delta = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\beta\omega\omega_0}\right) \approx \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{-\omega^2}{\beta\omega\omega_0}\right) \approx \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{-\omega}{\beta\omega_0}\right) \approx \frac{\pi}{2} + \arctan\left(\frac{\omega}{\beta\omega_0}\right) \approx \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \approx \pi$$

Dans ce cas  $z(t) = Z \sin(\omega t - \delta) = Z_2 \sin(\omega t - \pi)$  alors la mesure de l'amplitude  $Z$  permet de déduire  $Z_2$  puisqu'elles sont égales.

Le rôle du système dans ce cas est de mesurer l'amplitude du déplacement  $z_2(t)$  de la base.

Le système peut être utilisé comme sismographe.

1.5. Pour  $\omega \ll \omega_0$  :

$$\frac{Z}{Z_2} = \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \beta^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \approx \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 \rightarrow Z \approx \frac{\omega^2}{\omega_0^2} Z_2$$

$$\delta = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\beta\omega\omega_0}\right) \approx \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{\omega_0^2}{\beta\omega\omega_0}\right) \approx \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{\omega_0}{\beta\omega}\right) \approx \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \approx 0$$

Dans ce cas  $z(t) = Z \sin(\omega t - \delta) = \frac{\omega^2}{\omega_0^2} Z_2 \sin(\omega t)$  alors la mesure de l'amplitude  $Z$  permet de déduire  $\omega^2 Z_2$  qui correspond à l'amplitude de l'accélération des vibrations.

Le rôle du système dans ce cas est de mesurer l'amplitude de l'accélération  $\ddot{z}_2(t)$  de la base.

Le système peut être utilisé comme accéléromètre.

## 2. Vibromètre Laser

### 2.1.

2.1.1. La longueur d'onde du laser dans le vide vaut  $\lambda_0 = 632,8 \text{ nm}$ , sa couleur est donc rouge.

2.1.2. La relation entre  $\lambda_0$  et  $f_0$  :

$$f_0 = \frac{c}{\lambda_0}$$

2.1.3. La différence d'énergie entre deux niveaux énergétiques :  $\Delta E = hf_0$

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda_0}$$

Application numérique :  $\Delta E = 1,96 \text{ eV}$

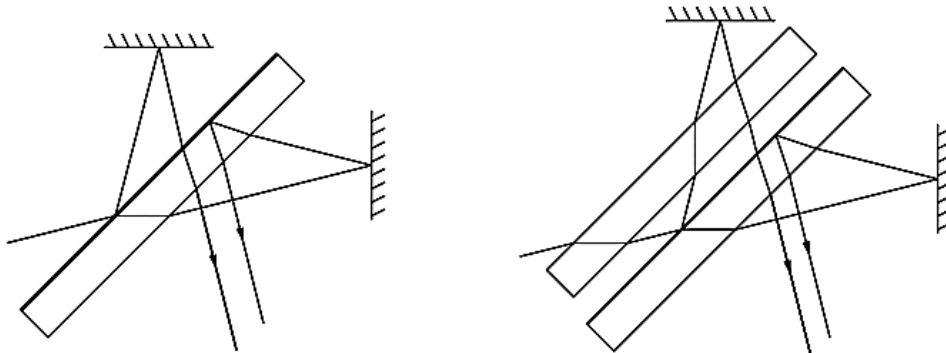
Il faut remarquer que  $E_2 + \Delta E = E_5 = 20,66 \text{ eV}$  la transition se fait donc du niveau 5 au niveau 2.

2.1.4. La transition est de type électronique car les niveaux énergétiques  $E_5$  et  $E_2$  sont très écartés.

2.1.5. Les propriétés du laser mises à profit dans la vibrométrie laser sont : source monochromatique, cohérente, très directionnelle, et de puissance élevée (pour pouvoir mesurer des vibrations à grande distance).

2.2. Les deux ondes issues de la division d'amplitude sont mutuellement cohérentes car elles proviennent de la même source.

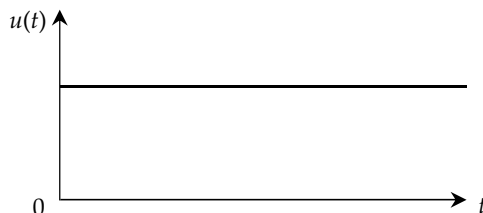
2.3. Selon les schémas ci-dessus, on remarque qu'à l'absence de la lame compensatrice, il existe une différence de marche supplémentaire due aux multiples passages dans la séparatrice. La mise en place de la lame compensatrice permet d'annuler cette différence de marche.



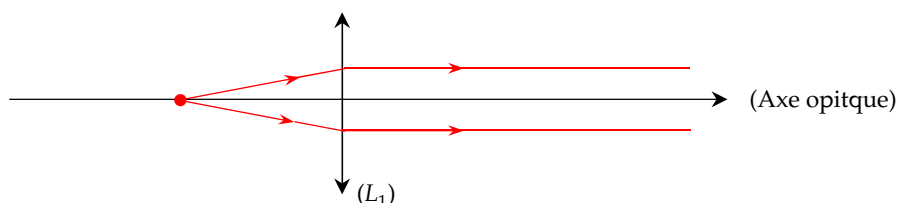
La compensation n'est pas parfaite en général car les épaisseurs traversées dépendent de l'angle d'incidence des rayons, elle n'est parfaite que si l'interféromètre est réglé en lame d'air à faces parallèles et si les interférences sont observées à l'infini.

2.4. L'interféromètre de MICHELSON est dit au contact optique lorsque le système optique équivalent correspond à une lame d'air d'épaisseur nulle. Au contact optique, l'éclairement observé est uniforme.

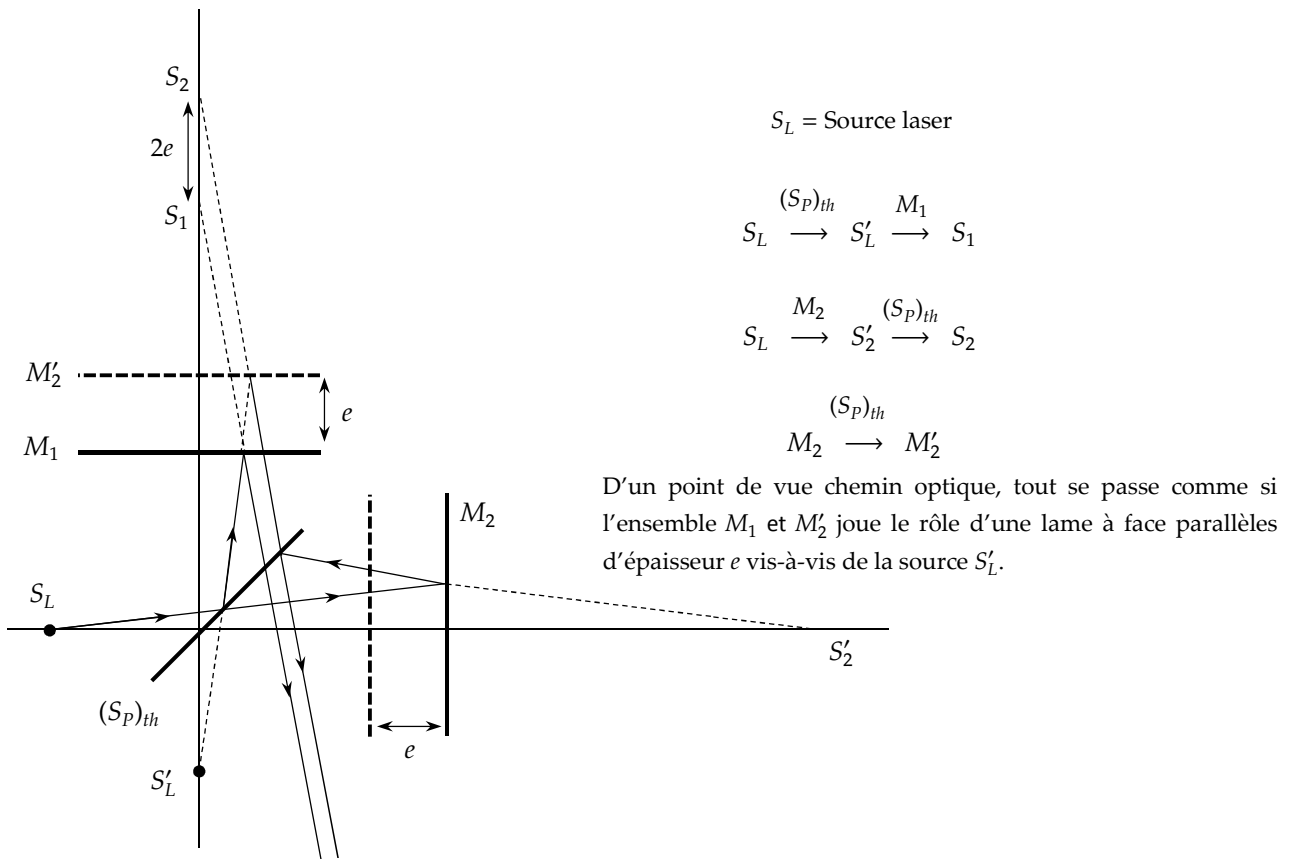
Le signal délivré par le photodétecteur est continu.



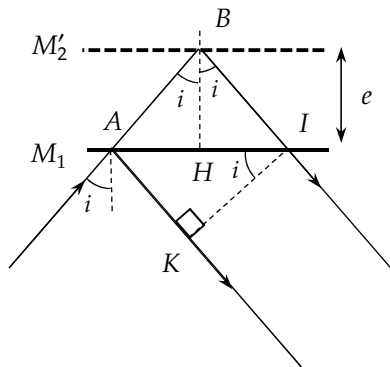
2.5. La lentille ( $L_1$ ) placée à l'entrée de l'interféromètre de MICHELSON permet d'obtenir un faisceau de lumière parallèle.



2.6. Le schéma équivalent de l'interféromètre de MICHELSON en lame d'air :



2.7. Les franges sont localisées à l'infini, car les rayons lumineux sortent parallèles de l'interféromètre de MICHELSON.



La différence de marche entre les deux rayons :  $\delta = (ABI) - (AK)$

$$\delta = 2(AB) - (AK)$$

$$\delta = n_a(2AB - AK) = 2AB - AK$$

$$AK = 2AH \sin i = 2e \tan i \sin i = 2e \frac{\sin^2 i}{\cos i} \text{ et } AB = \frac{e}{\cos i}$$

$$\delta = \frac{2e}{\cos i} - 2e \frac{\sin^2 i}{\cos i} = 2e \frac{1 - \sin^2 i}{\cos i} = 2e \cos i$$

L'intensité lumineuse ne dépend que de la différence de marche qui ne dépend que de l'angle  $i$ , donc la figure d'interférences est symétrique par rotation autour de l'axe optique, on observera alors des anneaux.

2.8. Les franges étant localisées à l'infini, le rôle de la lentille ( $L_2$ ) est de les ramener à son plan focal image pour les afficher sur le photodétecteur.

2.9. L'intensité lumineuse reçue par le photodétecteur s'écrit :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta\right)$$

$$I_1 + I_2 = 2I_0$$

$$I = (I_1 + I_2) \left(1 + 2 \frac{\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta\right)\right)$$

$$I = 2I_0 \left(1 + C \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} 2e \cos i\right)\right)$$

$$I = 2I_0(1 + C \cos(\varphi)) \quad \text{avec} \quad C = 2 \frac{\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} \quad \text{et} \quad \varphi = \frac{4\pi}{\lambda_0} e \cos i$$

2.10.  $C$  est le contraste de la figure d'interférences, il dépend du rapport des intensités  $I_1$  et  $I_2$ , sa valeur maximale vaut 1 lorsque  $I_1 = I_2$ .

2.11. Au centre du photodétecteur l'angle  $i = 0$ , la différence de phase dans ce cas :

$$\varphi = \frac{4\pi}{\lambda_0} e$$

2.12. Quel que soit le sens de déplacement du mobile (c'est-à-dire  $\varphi$  augmente ou diminue) l'éclairement évolue de façon périodique (puisque  $\cos \varphi$  est périodique) ce qui ne permet pas de prévoir le sens du déplacement.

2.13. Pour  $\varphi = 2k\pi$  ;  $k \in \mathbb{N}$  : l'interférence est constructive

Pour  $\varphi = (2k + 1)\pi$  ;  $k \in \mathbb{N}$  : l'interférence est destructive

On passe d'un maximum à l'autre pour une variation  $\Delta\varphi = \varphi_{k+1} - \varphi_k = 2\pi$

2.14.

2.14.1. La différence de marche vaut dans cette situation :  $\delta = 2(e + x(t))$

$$\varphi' = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta = \frac{4\pi}{\lambda_0} (e + x(t))$$

2.14.2. L'évolution de la tension  $u(t)$  dans le temps est due à sa dépendance de  $x(t)$ .

2.14.3. On suppose que  $I(t)$  est sinusoïdale, donc elle peut s'écrire sous la forme :

$$I(t) = 2I_0(1 + C \cos(2\pi ft + \phi)) ; \phi : \text{phase à l'origine}$$

Et on sait que  $I(t) = 2I_0(1 + C \cos(\varphi'))$

Par identification  $\varphi' = 2\pi ft + \phi$  ; on dérivant par rapport au temps on trouve que :

$$\frac{d\varphi'}{dt} = 2\pi f \rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi'}{dt}$$

2.14.4. En injectant l'expression de la question 2.14.1 dans l'expression obtenue à la question précédente 2.14.3, on aura :

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi'}{dt} = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \left( \frac{4\pi}{\lambda_0} (e + x(t)) \right) = \frac{2}{\lambda_0} \frac{dx(t)}{dt} = \frac{2}{\lambda_0} v = 2f_0 \frac{v}{c}$$

2.14.5. Le passage d'un maximum d'intensité au maximum suivant s'accompagne de la variation de phase  $\Delta\varphi' = 2\pi$

$$\Delta\varphi' = \Delta \left[ \frac{4\pi}{\lambda_0} (e + x(t)) \right] = \frac{4\pi}{\lambda_0} \Delta x(t) = \frac{4\pi}{\lambda_0} \Delta x_0 \rightarrow \Delta x_0 = \frac{\lambda_0}{2}$$

2.14.6. Le passage d'un maximum d'intensité au maximum suivant s'accompagne d'un déplacement  $\Delta x_0 = \lambda_0 / 2$  le nombre

$$\frac{\Delta x}{\Delta x_0} = N + 1 \approx N ; N \text{ est très grand devant } 1 \text{ car } \Delta x \gg \lambda_0$$

$$\Delta x = N \Delta x_0 = N \frac{\lambda_0}{2}$$

La limite inférieure de l'incertitude sur la mesure correspond au plus petit déplacement possible que l'on peut observer, ce qui correspond au passage d'un maximum au maximum suivant donc  $\lambda_0 / 2$ .

2.14.7. En développant l'expression de  $u(t)$  l'intensité lumineuse en tenant compte du fait que  $x(t) = x_0 \cos(\omega t)$  et que  $x_0 \ll \lambda_0$

On obtient :

$$u(t) = U_0(1 + C \cos(\varphi'))$$

$$u(t) = U_0 \left( 1 + C \cos \left( \frac{4\pi}{\lambda_0} e + \frac{4\pi}{\lambda_0} x(t) \right) \right)$$

$$u(t) = U_0 \left( 1 + C \cos \left( \frac{4\pi}{\lambda_0} e \right) \cos \left( \frac{4\pi}{\lambda_0} x_0 \cos(\omega t) \right) - C \sin \left( \frac{4\pi}{\lambda_0} e \right) \sin \left( \frac{4\pi}{\lambda_0} x_0 \cos(\omega t) \right) \right)$$

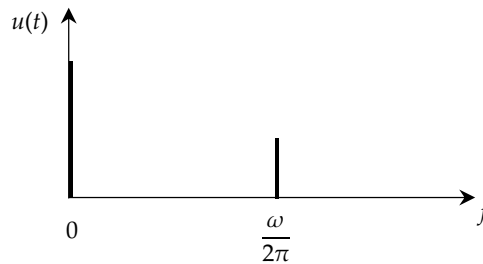
$$u(t) \approx U_0 \left( 1 + C \cos \left( \frac{4\pi}{\lambda_0} e \right) - C \sin \left( \frac{4\pi}{\lambda_0} e \right) \frac{4\pi}{\lambda_0} x_0 \cos(\omega t) \right)$$

Rappelons que  $\cos \varepsilon \approx 1$  et  $\sin \varepsilon \approx \varepsilon$  pour  $\varepsilon \ll 1$  donc :

$$u(t) \approx U_0 \left( 1 + C \cos \left( \frac{4\pi}{\lambda_0} \varepsilon \right) \right) - 4\pi C \frac{x_0}{\lambda_0} U_0 \sin \left( \frac{4\pi}{\lambda_0} \varepsilon \right) \cos(\omega t)$$

2.14.8. Les fréquences présentes dans la décomposition en séries de Fourier sont celle des composantes continue et sinusoïdale.

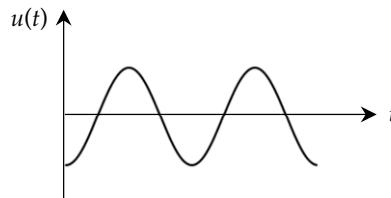
Donc 0 et  $\omega/2\pi$ . On donne l'allure du spectre de  $u(t)$  :



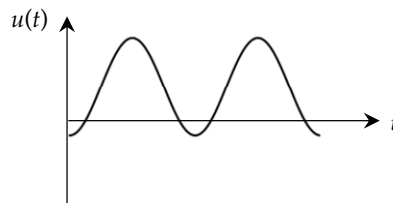
2.14.9. Il faut respecter le critère d'échantillonnage de Shannon :

$$f_{\text{éch}} \geq 2 \frac{\omega}{2\pi} \rightarrow f_{\text{éch}} \geq \frac{\omega}{\pi}$$

2.14.10. En mode AC :



En mode DC :

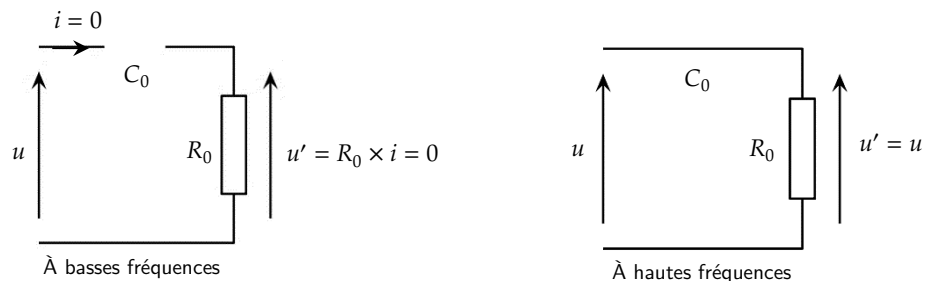


2.14.11. Il faut éliminer la fréquence 0.

2.14.12. À basses fréquences ( $\omega \rightarrow 0$ ) le condensateur est équivalent à interrupteur ouvert, car  $Z_C = 1/jC_0\omega \rightarrow \infty$

À hautes fréquence ( $\omega \rightarrow \infty$ ) le condensateur est équivalent à fil, car  $Z_C = 1/jC_0\omega \rightarrow 0$

Les circuits équivalents sont :



Il s'agit donc d'un filtre passe-haut, qui permet d'éliminer la fréquence 0.

2.14.13. On applique la formule du diviseur de tension :

$$\underline{H} = \frac{u'}{u} = \frac{R_0}{R_0 + \frac{1}{jC_0\omega}} = \frac{jR_0C_0\omega}{1 + jR_0C_0\omega}$$

$$\underline{H} = H_0 \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \quad \text{avec } H_0 = 1 \text{ et } \omega_0 = \frac{1}{R_0 C_0}$$

**2.14.14.**  $G_{dB} = 20 \log |H(\omega = \omega_c)| = -3 \text{ dB} \rightarrow |H(\omega = \omega_c)| = 1/\sqrt{2}$

$$\frac{\frac{\omega_c}{\omega_0}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \frac{\left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^2}{1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^2} = \frac{1}{2} \rightarrow 2\left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^2 = 1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^2 \rightarrow \left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^2 = 1 \rightarrow \omega_c = \omega_0 = \frac{1}{R_0 C_0}$$

Application numérique :  $\omega_c = 66666,67 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

**2.14.15.** Il faut que  $\omega \gg \omega_0$ .

**2.14.16.** Le filtre AC remplit bien sa fonction lorsque  $\omega \gg \omega_0$  c'est-à-dire :

$$f \gg \frac{1}{2\pi R_0 C_0}$$

Le signal de sortie  $u'(t)$  ne contient pas la composante continue :

$$u'(t) = -4\pi C \frac{x_0}{\lambda_0} U_0 \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda_0} e\right) \cos(\omega t)$$