

ROYAUME DU MAROC

Ministère de l'Enseignement Supérieur, de la Formation des Cadres
et de la Recherche Scientifique

Présidence du Concours National Commun
École Nationale Supérieure de l'Informatique et d'Analyse des Systèmes
ENSIAS

Concours National Commun d'admission
aux Grandes Écoles d'Ingénieurs
Session 2012

ÉPREUVE DE PHYSIQUE I

Filière **PSI**

Durée 4 heures

Cette épreuve comporte 8 pages au format A4, en plus de cette page de garde
L'usage de la calculatrice est *interdit*

**L'énoncé de cette épreuve comporte 8 pages.
L'usage de la calculatrice est interdit.**

On veillera à une présentation claire et soignée des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.

Polarisation de la lumière

Les applications du phénomène de la polarisation de la lumière sont multiples et les dispositifs associés sont des composants de base dans les domaines de traitement et de transmission de l'information par voie optique, dans l'affichage à cristaux liquides et dans certains procédés de cinéma en relief.

Le problème comporte de nombreuses questions qualitatives pour lesquelles le candidat s'efforcera de répondre avec concision et précision.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

On donne les relations trigonométriques suivantes :

$$\cos(p + q) = \cos(p) \cos(q) - \sin(p) \sin(q) ; \sin(p + q) = \cos(p) \sin(q) + \sin(p) \cos(q)$$

1^{ère} partie

Étude d'un capteur d'éclairement : la photodiode

La photodiode (PhD) est une diode sensible à la lumière. Ainsi, lorsqu'on polarise en inverse une photodiode éclairée, un courant de l'ordre de mA traverse celle-ci. L'intensité de ce courant dépend de l'éclairement noté Φ . Cette propriété de la photodiode est utilisée pour mesurer l'éclairement lumineux sur un écran. On commence par une modélisation de la photodiode. Ensuite, on cherche les éléments du modèle.

La figure 1 donne le montage électrique utilisé pour tracer la caractéristique tension-courant de la photodiode, ainsi que l'allure de cette caractéristique pour deux valeurs de l'éclairement lumineux Φ et 2Φ . On notera U la tension aux bornes de la photodiode : $U = V_A - V_K$.

1.1. Caractéristique tension-courant d'une photodiode

Dans le montage de la figure 1, on utilise un générateur de tension continue, de force électromotrice E variable entre $-6 V$ et $+6 V$, placé en série avec une résistance R variable entre $1 k\Omega$ et $10 k\Omega$.

1.1.1. Pour mesurer la tension U aux bornes de la photodiode et l'intensité I du courant qui la traverse, pour une valeur donnée Φ de l'éclairement lumineux, on utilise un voltmètre et un ampèremètre. Reprendre le montage de la figure 1 et préciser comment doivent être branchés ces deux appareils selon que la diode soit polarisée en direct ($U > 0$) ou en inverse ($U < 0$).

1.1.2. Préciser par quelle méthode graphique on peut obtenir sur la caractéristique le point de fonctionnement de la photodiode placée dans le montage de la figure 1.

1.1.3. Montrer qu'il existe un domaine du plan (U, I) où la photodiode fournit une puissance positive au circuit où elle se trouve. Voyez-vous une application ?

1.1.4. Dans quelle région du plan (U, I) la photodiode se comporte-t-elle pratiquement comme une source idéale de courant ?

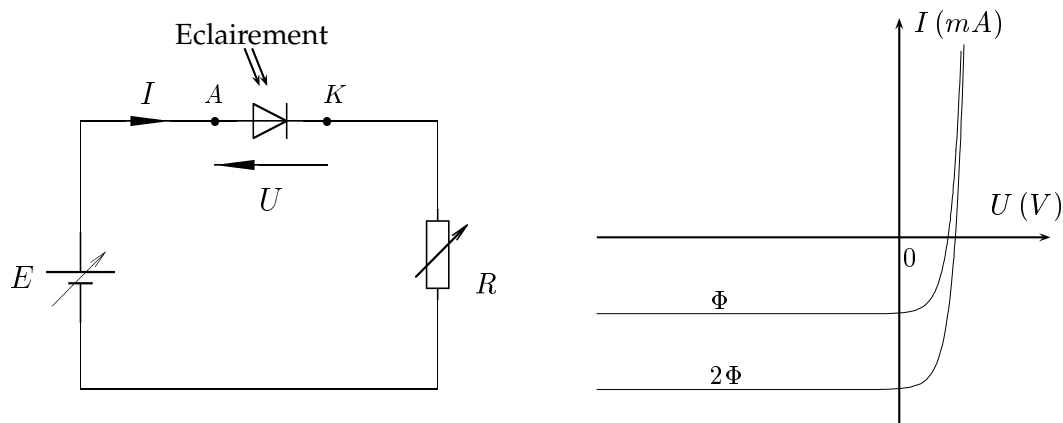


Figure 1: Caractéristique d'une photodiode.

1.2. Modélisation de la caractéristique d'une photodiode

Un modèle simplifié d'une photodiode permet d'écrire la relation liant la tension entre ses bornes U à l'intensité du courant qui la traverse I sous la forme :

$$I = I_s \left[\exp\left(\frac{U}{U_0}\right) - 1 \right] - I_{ph}$$

I_{ph} est appelé photocourant et dépend de l'éclairement Φ . I_s et U_0 sont des constantes positives qui dépendent du composant utilisé. Leurs valeurs sont de l'ordre de 1 nA et $0,1 \text{ V}$ respectivement.

1.2.1. Donner l'expression de la tension U qui apparaît aux bornes de la photodiode quand elle est en circuit ouvert et soumise à un éclairement Φ . Simplifier cette expression dans le cas où $I_{ph} \gg I_s$.

1.2.2. Donner l'expression de l'intensité de courant I qui circule dans la photodiode quand elle est polarisée en inverse avec une tension U suffisamment négative. Simplifier cette expression dans le cas où $I_{ph} \gg I_s$. Comparer au cas $U = 0$. Commenter.

1.3. Caractéristique courant-éclairement d'une photodiode

On se place dans la zone $U < 0$ et on refait la mesure de l'intensité électrique I_{ph} pour différentes valeurs de l'éclairement lumineux Φ , valeurs mesurées avec un luxmètre. On obtient les résultats suivants :

$\Phi \text{ (W.m}^{-2}\text{)}$	50	100	150	200	250	300
$I_{ph} \text{ (mA)}$	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60

1.3.1. Vérifier que $I_{ph} = a \Phi$. Préciser la valeur et l'unité de a .

1.3.2. I_s est appelé "courant d'obscurité". Justifier cette appellation.

Par la suite, le courant I_s sera négligé devant I_{ph} .

1.4. Utilisation de la photodiode pour la mesure d'éclairement

Pour utiliser une photodiode dans la mesure d'éclairement, on envisage les trois circuits de la figure 2. On s'intéresse à la comparaison de ces montages en termes de linéarité et de sensibilité par rapport aux variations de l'éclairement. Le signal mesuré est la tension V_s .

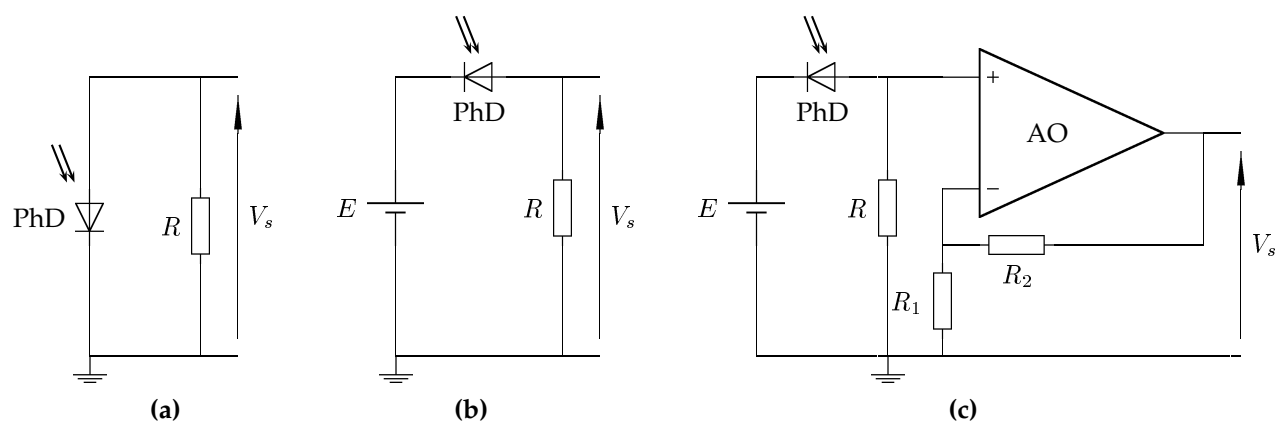


Figure 2: Types de montages à photodiode.

1.4.1. Étude du montage (a)

Dans le montage (a) de la figure 2, la photodiode n'est pas polarisée. Elle débite dans la résistance R .

1.4.1.1. Déterminer la relation liant V_s à l'éclairement lumineux Φ au point de fonctionnement du circuit.

1.4.1.2. Dans quel cas V_s et Φ sont-ils liés par une relation linéaire ? Conclure sur la sensibilité du montage dans ce cas.

1.4.2. Étude du montage (b)

Dans le montage (b) de la figure 2, la photodiode est polarisée en inverse avec un générateur de tension E .

1.4.2.1. Montrer que V_s et Φ sont liés par la relation suivante : $V_s = a R \Phi$.

1.4.2.2. Pour améliorer la sensibilité à la variation d'éclairement du montage, on peut penser à augmenter la valeur de R . Quelle est la condition sur R , Φ et E pour que la relation précédente reste valable ?

1.4.3. Étude du montage (c)

Dans le montage (c) de la figure 2, la photodiode est liée à un amplificateur opérationnel dont les courants de polarisation à l'entrée sont négligeables. La valeur de R est choisie de manière à assurer le fonctionnement de la photodiode en polarisation inverse. Montrer que l'on a :

$$V_s = \gamma \Phi$$

Donner l'expression de γ en fonction de a , R , R_1 et R_2 . Conclure sur la sensibilité de ce montage.

Dans la suite, on considère le montage (c) de la figure 2 pour la mesure d'éclairement. L'amplificateur opérationnel est supposé idéal et en fonctionnement linéaire.

2^{ème} partie

États de polarisation d'une onde électromagnétique

2.1. Généralités sur la polarisation des ondes lumineuses

La lumière est une onde électromagnétique située dans le domaine visible du spectre.

2.1.1. La lumière émise par une source classique (appelée par la suite lumière naturelle) est-elle polarisée ?

2.1.2. Donner un exemple de source d'onde électromagnétique polarisée en précisant l'état de polarisation de l'onde émise.

2.1.3. Citer une situation expérimentale dans laquelle il est indispensable de considérer le caractère vectoriel de la lumière et non seulement une représentation scalaire.

2.2. États de polarisation des ondes électromagnétiques

On définit l'état de polarisation d'une onde électromagnétique à partir de l'évolution temporelle du champ électrique \vec{E} en un point M donné.

On considère une onde électromagnétique plane progressive monochromatique, qui se propage dans un milieu assimilé au vide suivant la direction Oz dans le sens des z croissants, dont le champ électrique s'écrit :

$$\vec{E}(M, t) = E_{0x} \cos(\omega t - kz) \vec{u}_x + E_{0y} \cos(\omega t - kz + \varphi) \vec{u}_y$$

E_{0x} et E_{0y} sont des réels positifs qui représentent les amplitudes des composantes du champ suivant les directions Ox et Oy respectivement. ω est la pulsation de l'onde, k est le module du vecteur d'onde et φ le déphasage entre les deux composantes du champ supposé indépendant du temps.

2.2.1. Pour une valeur quelconque de φ , quel est l'état de polarisation de l'onde ?

2.2.2. À quelle(s) condition(s) l'onde a-t-elle une polarisation circulaire ? Préciser le cas d'une polarisation circulaire gauche et le cas d'une polarisation circulaire droite.

2.2.3. À quelle(s) condition(s) l'onde a-t-elle une polarisation rectiligne ?

2.2.4. Une lumière naturelle non polarisée est envoyée sur un polariseur rectiligne supposé parfait (P) de direction de transmission \vec{u}_x .

2.2.4.1. Quelle est la direction du champ électrique \vec{E}_P de l'onde après le polariseur (P) ?

Cette onde arrive sur un autre polariseur (A) identique au premier, souvent appelé analyseur, dont la direction de polarisation \vec{u}_A fait un angle θ avec \vec{u}_x .

2.2.4.2. Quelle est la direction du champ électrique \vec{E}_A de l'onde après l'analyseur (A) ? Exprimer le champ \vec{E}_A .

2.2.4.3. En déduire la relation, appelée loi de MALUS, liant l'éclairement lumineux transmis par l'analyseur Φ_A en fonction de celui transmis par le polariseur Φ_P et l'angle θ .

2.3. Étude expérimentale de la polarisation rectiligne : loi de Malus

Dans cette section, on s'intéresse à l'étude expérimentale de la loi de MALUS.

On considère le montage de la figure 3 constitué d'une source de lumière naturelle (S), suivie d'un condenseur (C) et d'un diaphragme circulaire (D). Le diaphragme (D) est placé dans le plan focal objet d'une lentille (L_1) convergente de distance focale $f'_1 = 10 \text{ cm}$. Une seconde lentille (L_2), de distance focale $f'_2 = 20 \text{ cm}$ est placée à une distance $x = 30 \text{ cm}$ de la première, suivie d'un écran (E). On place alors entre les deux lentilles un polariseur (P) et un analyseur (A).

2.3.1. Réglage du montage en optique géométrique

Le premier réglage consiste à placer le diaphragme (D) dans le plan focal de la lentille (L_1). Pour cela, on utilise un miroir plan (M) et on effectue le réglage par la méthode dite d'auto-collimation.

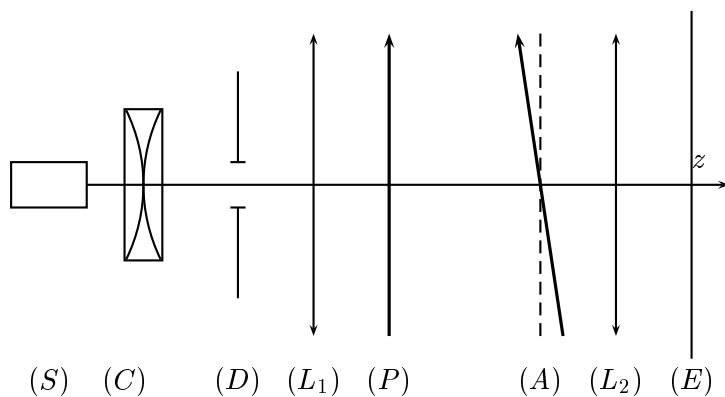


Figure 3: Montage pour l'étude de la polarisation de la lumière.

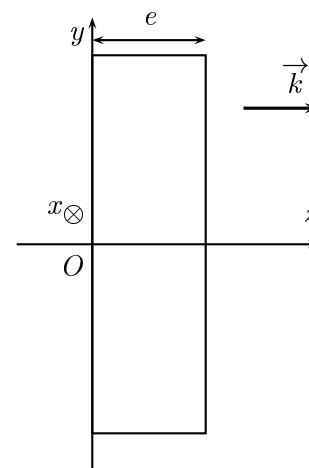


Figure 4: lame à faces parallèles.

2.3.1.1. Donner un schéma expliquant le principe de la méthode d'auto-collimation. Faire la construction de l'image donnée par (L_1) et (M) pour un objet AB représentant le rayon du diaphragme.

On retire le miroir et on place la seconde lentille (L_2) à la distance x de (L_1) puis on dispose l'écran au-delà de (L_2).

2.3.1.2. Où doit-on placer l'écran pour voir sur cet écran l'image de (D) ? Le résultat dépend-il de la distance x ?

2.3.1.3. Si l'on note d le diamètre du diaphragme, quelle est la taille d' de son image sur l'écran ? Effectuer la construction géométrique. Calculer d' pour $d = 1 \text{ mm}$.

2.3.2. Loi de Malus

On se propose d'étudier expérimentalement la loi de MALUS avec le montage de la figure 3 en utilisant, à la place de l'écran, le capteur du montage (c) de la figure 2 placé dans le plan focal image de la lentille L_2 . En cas de besoin, on prendra les valeurs numériques suivantes : $R = R_1 = 1 \text{ k}\Omega$; $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ et $E = 6 \text{ V}$.

On fixe le polariseur (P) et on fait tourner l'analyseur (A) autour de l'axe optique. On note θ l'angle que fait la direction de transmission de l'analyseur avec celle du polariseur.

La mesure de la tension V_s pour différentes valeurs de θ située dans l'intervalle $0 \leq \theta \leq 180^\circ$ montre qu'on peut écrire :

$$V_s = \gamma_1 \cos^2 \theta + \gamma_2$$

Les tensions maximale et minimale enregistrées sont : $V_{s,max} = 5,4 \text{ V}$ et $V_{s,min} = 10 \text{ mV}$.

- 2.3.2.1. Justifier pourquoi la tension minimale enregistrée est non nulle.
- 2.3.2.2. Déterminer γ_1 et γ_2 en fonction de $V_{s,max}$ et $V_{s,min}$.
- 2.3.2.3. Ces résultats sont-ils en accord avec la loi de MALUS ? Justifier.

2.4. Action d'une lame à retard sur la lumière polarisée

Une lame à retard est une lame mince à faces parallèles, d'épaisseur e , taillée dans un cristal uniaxe ayant des propriétés optiques anisotropes. Cette lame agit sur la polarisation d'une onde lumineuse. Sous incidence normale, la lame est caractérisée par deux indices de réfraction n_x si l'onde incidente est polarisée suivant Ox , et n_y si elle est polarisée suivant Oy . Les axes Ox et Oy sont appelés les axes neutres de la lame (figure 4).

Une onde plane monochromatique polarisée rectilignement suivant la direction \vec{u} , faisant un angle α avec \vec{u}_x , arrive sur la lame sous incidence normale. L'origine O est prise au niveau de la première face de la lame. Le vecteur d'onde et la longueur d'onde dans le vide sont respectivement notés \vec{k} et λ . Le champ électrique de l'onde pour $z < 0$ est noté :

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - k z) \vec{u}$$

2.4.1. Le champ électrique est-il continu en $z = 0$ et en $z = e$? Justifiez.

2.4.2. L'onde incidente est polarisée selon \vec{u}_x ($\alpha = 0$).

2.4.2.1. Établir l'expression du champ électrique de l'onde pour $0 < z < e$. On exprimera la phase en fonction de ω, t, n_x, k et z .

2.4.2.2. Établir l'expression du champ électrique de l'onde pour $z > e$.

2.4.3. L'onde incidente est maintenant supposée polarisée selon \vec{u}_y ($\alpha = \pi/2$).

2.4.3.1. Donner l'expression du champ électrique de l'onde pour $0 < z < e$. On exprimera la phase en fonction de ω, t, n_y, k et z .

2.4.3.2. Donner l'expression du champ électrique de l'onde pour $z > e$.

2.4.4. On suppose maintenant que l'onde incidente est polarisée rectilignement dans le plan xOy selon une direction quelconque ($0 < \alpha < \pi/2$).

2.4.4.1. Établir l'expression du champ électrique de l'onde pour $0 < z < e$.

2.4.4.2. Donner l'expression du champ électrique de l'onde pour $z > e$.

2.4.4.3. Montrer que le déphasage avance φ de sa composante selon \vec{u}_x sur sa composante selon \vec{u}_y est donné par :

$$\varphi = \frac{2\pi e}{\lambda} (n_y - n_x) \quad (1)$$

2.4.4.4. On considère le cas où $(n_y - n_x)e = \lambda/2$. Décrire l'état de polarisation de l'onde émergente de la lame. Quel nom donne-t-on à la lame ?

2.4.4.5. On considère le cas où $(n_y - n_x)e = \lambda/4$. Décrire l'état de polarisation de l'onde émergente de la lame. Pour quelle valeur de α a-t-on une polarisation circulaire ? Quel nom donne-t-on à la lame ?

2.4.5. Justifier l'appellation d'axes neutres donnée aux axes Ox et Oy de la lame.

3^{ème} partie

Interférences en lumière polarisée

3.1. Lame à retard entre deux polariseurs

On considère une lame à retard à faces parallèles d'épaisseur e , caractérisée par $\Delta n = |n_x - n_y|$. Cette lame est placée entre un polariseur (P) et un analyseur (A). Les lignes neutres de la lame sont Ox et Oy . Les directions de transmission du polariseur et de l'analyseur font avec Ox les angles α et β respectivement.

Le système est placé dans un milieu assimilé au vide et éclairé, par une source de lumière blanche, en rayons parallèles et sous incidence normale.

On néglige l'absorption due à la traversée de la lame et des polariseurs successifs.

À la sortie du polariseur, on note que le champ électrique associé à une vibration monochromatique de pulsation ω a pour expression :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t)$$

On ne tient pas compte du retard de phase dû à la propagation et on note λ la longueur d'onde dans le vide de la vibration lumineuse considérée.

Le champ électrique à la sortie de la lame peut être écrit sous la forme :

$$\vec{E} = E_0 \cos(\alpha) \cos(\omega t) \vec{u}_x + E_0 \sin(\alpha) \cos(\omega t - \varphi) \vec{u}_y$$

φ est donné par la relation (1).

3.1.1. Déterminer l'expression du champ électrique à la sortie de l'analyseur (A).

3.1.2. Montrer que l'intensité de la lumière transmise par l'analyseur s'écrit sous la forme :

$$I = I_0 [\cos^2(\alpha + \beta) + \sin(2\alpha) \sin(2\beta) \cos^2(\varphi/2)] \quad (2)$$

I_0 étant l'intensité transmise par le polariseur.

3.1.3. Interpréter les cas particulier $\alpha = 0$ et $\alpha = \pi/2$.

On supposera dans la suite que le dispositif est éclairé en lumière blanche et on se placera dans le cas $\alpha = \pi/4$.

3.1.4. Simplifier l'expression de l'intensité lumineuse transmise par l'analyseur (relation 2).

3.1.5. On place un écran après l'analyseur. Décrire ce que l'on pourra observer sur cet écran quand on fait tourner l'axe de transmission de l'analyseur (A).

3.1.6. **Spectre cannelé**

On fixe l'analyseur tel que son axe de transmission soit parallèle à celui du polariseur ($\alpha = \beta = \pi/4$) et on analyse la lumière émergente par un système dispersif (un prisme par exemple).

3.1.6.1. Montrer que le spectre de la lumière à la sortie du système présente une série de bandes noires appelé spectre cannelé.

3.1.6.2. **Application numérique :** On donne $e = 250 \mu m$ et $\Delta n = 10^{-2}$. Déterminer les longueurs d'onde correspondantes aux cannelures du spectre visible.

3.2. Dispositif à deux lames

On considère à présent un montage constitué d'un ensemble de deux lames cristallines de même matériau caractérisé par $\Delta n = |n_x - n_y|$, d'épaisseurs respectives e et $2e$ et dont les axes rapides (et donc aussi les axes lents) sont alignés (voir figure 5). Les deux lames sont séparées par un polariseur rectiligne idéal P_1 dont la direction de transmission privilégiée fait un angle de 45° avec les lignes neutres des deux lames.

L'ensemble est placé entre deux polariseurs P_0 et P_2 dont les directions de transmission privilégiée sont parallèles à celle du polariseur intermédiaire P_1 . Le dernier polariseur P_2 joue le rôle d'analyseur.

3.2.1. En utilisant les résultats de la section 3.1., écrire l'expression du champ électrique à la sortie du polariseur P_1 .

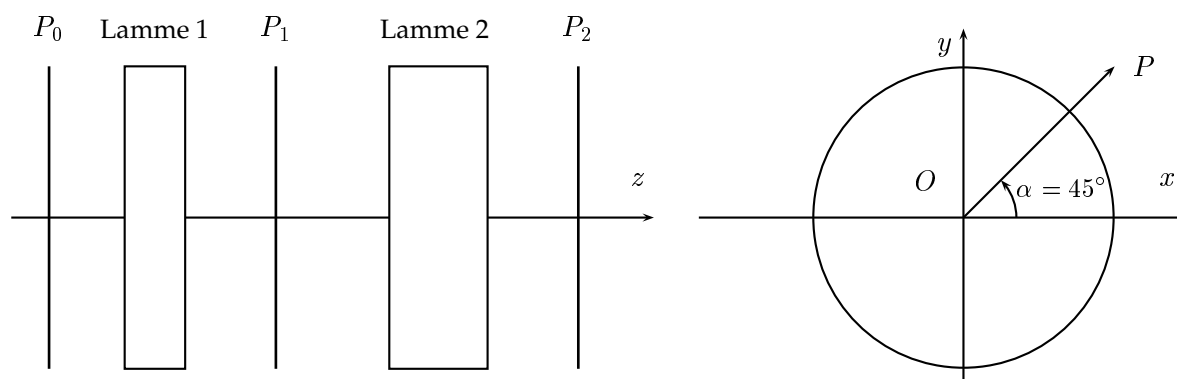


Figure 5: Système interférentiel en lumière polarisée.

3.2.2. Déterminer les expressions du champ électrique à la sortie de la deuxième lame d'une part, et à la sortie de l'analyseur P_2 d'autre part.

3.2.3. En déduire l'intensité lumineuse I transmise par le système (à la sortie du polariseur P_2) en fonction de l'intensité I_0 transmise par le polariseur P_0 et de φ .

3.3. Étude d'un système à N lames

On considère maintenant un système identique à celui de la figure 5 mais constitué d'un ensemble de N lames cristallines séparées par des polariseurs. Ces lames ont les épaisseurs respectives : $e, 2e, 4e, \dots, 2^{N-1}e$.

On montre que l'intensité I transmise par le système, à la sortie du polariseur P_N , s'écrit sous la forme :

$$I = I_0 \frac{1}{N^2} \frac{\sin^2(N\varphi/2)}{\sin^2(\varphi/2)} \quad (3)$$

3.3.1. Vérifier que la relation (3) est compatible avec celle que vous avez établie à la question 3.2.3. dans le cas $N = 2$.

3.3.2. Tracer l'allure de la courbe $I = f(\varphi)$. Commenter.

3.3.3. Application numérique : $e = 250 \mu\text{m}$ et $\Delta n = |n_x - n_y| = 10^{-2}$. Calculer les longueurs d'onde transmises dans le visible en supposant $\Delta n = |n_x - n_y|$ indépendant de la longueur d'onde. Quelles sont les couleurs correspondantes ? Donner une application pratique de ce dispositif.

FIN DE L'ÉPREUVE