

- On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.
- Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.
- Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.
- Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Ainsi, les diverses parties de l'épreuve sont relativement indépendantes entre elles.

## Microscope électronique à balayage

La microscopie (en grec ancien, mikros et skopein signifient respectivement « petit » et « examiner ») est un ensemble de techniques d'imagerie objets de petites dimensions. Un microscope électronique est un type de microscope qui utilise un faisceau d'électrons pour illuminer un échantillon et en créer une image très agrandie.

Le sujet est composé de deux parties indépendantes. La partie 1 est notée sur **4 points**, la partie 2 sur **16 points**.

### Données :

- Charge d'un électron :  $q_e = -e = -1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .
- Masse d'un électron :  $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .
- Constante de BOLTZMANN :  $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$ .
- Constante de PLANCK :  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$ .
- Vitesse de la lumière dans le vide :  $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .
- Accélération de la pesanteur :  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ .
- $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ .
- Équation de POISSON satisfaite par le potentiel électrostatique  $V$  :  $\Delta V + \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0$ .

## Partie 1 : Accélération des électrons

On s'intéresse dans cette partie à l'accélération des électrons dans une chambre d'accélération. Une zone de champ électrique uniforme (figure 1) est établie entre deux armatures,  $(A_1)$  et  $(A_2)$ , planes, parallèles distantes de  $d_0$  et séparées par du vide quasi-parfait (le champ est supposé nul en dehors et on néglige les effets de bord). La différence de potentiel entre les deux armatures est  $U = V_2 - V_1$ , où  $V_1$  est le potentiel de  $(A_1)$  et  $V_2$  celui de  $(A_2)$ . Un électron assimilé à un point matériel, de masse  $m_e$  et de charge  $q_e$ , pénètre en  $A_1$ , avec une vitesse nulle. On se place dans le référentiel du laboratoire  $(R)$ , supposé galiléen, associé à un repère cartésien  $(A_1, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ . Dans les conditions de l'expérience, le potentiel électrostatique en un point de l'espace entre les armatures ne dépend que de la coordonnée  $z$  du point,  $V = V(z)$ .

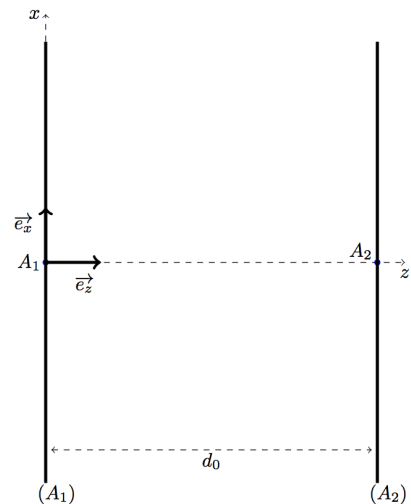


Figure 1 : Accélération des électrons

On néglige le poids de l'électron par rapport à la force électrostatique ainsi que tout frottement. On donne  $d_0 = 10 \text{ cm}$ .

1. Définir un référentiel galiléen. Pourquoi est-il pertinent de considérer le référentiel du laboratoire comme galiléen dans cette étude ?

2. Établir l'expression du potentiel électrostatique  $V(z)$  en un point de l'espace entre les armatures. En déduire l'expression du champ électrostatique entre les armatures.
3. Établir l'expression vectorielle de la force de LORENTZ  $\vec{F}_L$  subie par l'électron en fonction de  $U$ ,  $e$ ,  $d_0$  et  $\vec{e}_z$ .
4. Quel doit être le signe de la tension  $U$  entre les armatures de la cavité pour que les électrons soient accélérés ?
5. Justifier quantitativement que le poids de l'électron peut être effectivement négligé devant la force de LORENTZ.
6. On se place dans le cadre de la mécanique classique. Appliquer le théorème de l'énergie cinétique sous forme intégrale à l'électron dans le référentiel ( $R$ ) entre ( $A_1$ ) et ( $A_2$ ). Exprimer puis calculer numériquement la vitesse  $v_0^c$  acquise par l'électron lorsqu'il atteint l'armature ( $A_2$ ) pour  $U = 10kV$ ,  $U = 100kV$  et  $U = 1000kV$ . Commenter.

## Partie 2 : Microscope électronique à balayage

La microscopie électronique est une technique de microscopie utilisant les diverses interactions électrons-matière pour produire des images en haute résolution de la surface d'un échantillon à analyser. Le premier microscope électronique fut conçu en 1931 par Ernst RUSKA (prix Nobel en 1986) avec une résolution de quelques dizaines de  $nm$ . Le microscope électronique à balayage (MEB ou SEM pour Scanning Electron Microscopy) a été proposé par Max KNOLL dès 1935. Dans un MEB, un faisceau d'électrons est envoyé sur l'échantillon à analyser qui, en réponse, réémet certaines particules. Ces particules sont analysées par différents détecteurs qui permettent de reconstruire une image en trois dimensions de la surface.

Un MEB est constitué d'un **canon à électrons**, d'un système de **lentilles magnétiques**, de **bobines de balayage**, d'une **pompe à vide** et d'un **détecteur d'électrons** secondaires (figure 2).

### 1. Fabrication d'un faisceau d'électrons

Un canon à électrons à émission de champ est la source du faisceau d'électrons qui viendra balayer la surface de l'échantillon analysé. Il est composé d'une cathode, pointe conductrice très fine, (figure 3) que l'on porte à un potentiel négatif. Un champ électrique très intense, de  $10^9$  à  $10^{10} V.m^{-1}$ , est ainsi créé à l'extrémité de la cathode et permet alors d'extraire les électrons du sommet de la pointe par effet tunnel. Ces électrons sont ensuite accélérés à l'aide d'un champ électrique uniforme, créé entre l'électrode d'extraction et l'électrode d'accélération planes et parallèles et séparées par du vide quasi-parfait (figure 4).

- 1.1. On montre que le champ électrique maximal situé au sommet de la pointe a pour expression

$$E_{\max} = \frac{2U_{ep}}{r_0 \ln\left(\frac{4d}{r_0}\right)}$$

Calculer numériquement le champ électrique d'émission  $E_{\max}$  pour

$$U_{ep} = 4kV. \text{ On donne } d = 1mm.$$

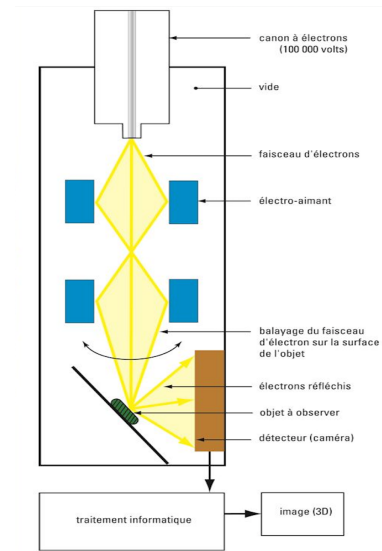


Figure 2 : Principe du MEB

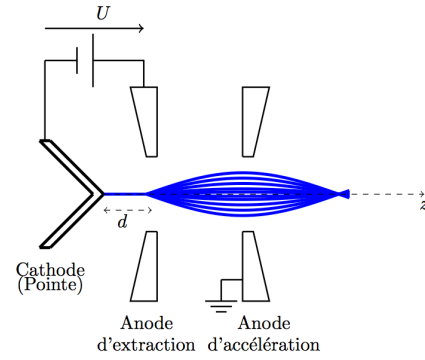
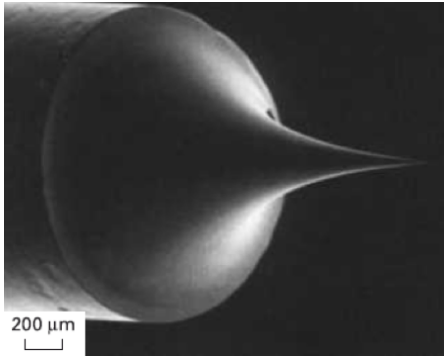


Figure 3 : Pointe de rayon de courbure  $r_0 = 1\mu\text{m}$  Figure 4 : Canon à émission de champ

- 1.2. On note  $V_e$  le potentiel électrique de l'électrode d'extraction par rapport à la masse. Quel doit être le signe de  $V_e$  pour que les charges s'écoulent de la pointe de la cathode vers l'électrode d'accélération ?
- 1.3. On considère la vitesse initiale de l'électron  $v = 0$  à hauteur de l'électrode d'extraction. Calculer numériquement le potentiel  $V_e$  si l'on veut communiquer à l'électron émis une énergie potentielle  $E_p = 15\text{keV}$ .
- 1.4. En déduire la valeur numérique du potentiel de la pointe  $V_p$  par rapport à la masse.

## 2. Un vide quasi-parfait !

On assimile l'air à un gaz parfait. Le libre parcours moyen,  $l$ , défini comme étant la distance moyenne que parcourt une molécule entre deux chocs successifs, dépend du nombre de molécules par unité de volume  $n^*$ , et de la section efficace de collisions que l'on peut déterminer par le diamètre effectif  $\sigma$  de la molécule. Il est donné par  $l = \frac{1}{\pi\sqrt{2}\sigma^2 n^*}$ .

- 2.1. Exprimer la densité moléculaire  $n^*$  en fonction de la température  $T$  et de la pression  $P$  de l'air.
- 2.2. En déduire l'expression de  $l$  en fonction de la température  $T$  et de la pression  $P$  de l'air.
- 2.3. Pour l'air à  $T = 300\text{K}$ , on admet que le libre parcours moyen est donné par :  $l(\text{mm}) = \frac{6,7 \cdot 10^{-2}}{P(\text{mbar})}$ . Calculer  $n^*$  et  $l$  à la pression atmosphérique, à la pression de  $10^{-6}\text{mbar}$  puis à la pression  $10^{-10}\text{mbar}$ . Commenter le résultat obtenu.
- 2.4. Un vide quasi-parfait (de l'ordre de  $10^{-3}$  à  $10^{-4}\text{Pa}$ ) est réalisé dans l'enceinte du microscope où se propage le faisceau électronique. Pourquoi ?
- 2.5. L'enceinte doit aussi être blindée. Pourquoi ?

## 3. Fonctionnement d'une lentille magnétique

Une fois les électrons extraits et accélérés, ils doivent être regroupés de manière à former un faisceau cohérent. C'est le rôle des différentes lentilles de la colonne du microscope. Celles-ci constituent l'étage condenseur et objectif. Ce sont ces lentilles qui permettent de « diriger » les électrons. Une lentille magnétique est constituée d'un enroulement de spires conductrices parcourues par un courant électrique, engendrant un champ magnétique axial (figure 5a). L'ensemble des enroulements est enfermé dans une armature ferromagnétique qui piège le champ magnétique. Un anneau de cuivre, diamagnétique, permet aux lignes de champ de s'extraire localement de l'armature (figure 5b). En donnant à l'armature une forme particulière au voisinage

de cet anneau (« pièces polaires ») (figure 5c), on concentre le champ magnétique au voisinage de l'axe.

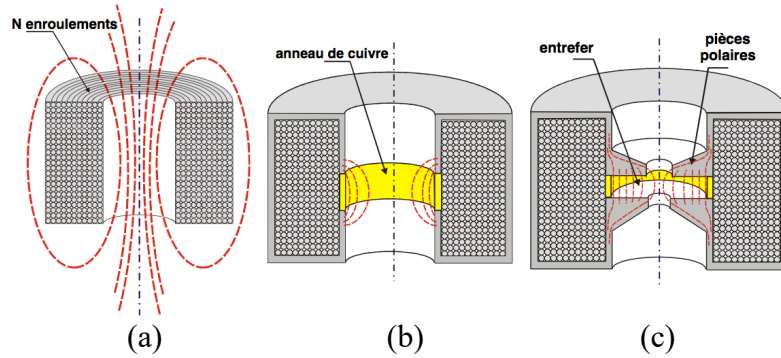


Figure 5 : Lentille électromagnétique

La figure 6 schématise la lentille magnétique constituée par le champ magnétique non uniforme, d'axe de révolution  $Oz$  créé dans l'entrefer de pièces polaires, entre les plans  $(P_1)$  et  $(P_2)$  symétriques par rapport au point  $O$ . On modélise la source du champ magnétique par une bobine plate de  $N$  spires circulaires de rayon  $a$ , de centre  $O$ , d'axe  $Oz$  et parcourue par un courant électrique d'intensité stationnaire  $I$  (figure 7). Les composantes du champ magnétique  $\vec{B} = \vec{B}(r, \varphi, z)$  dans la base cylindrique  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z)$  sont respectivement  $B_r(r, \varphi, z)$ ,  $B_\varphi(r, \varphi, z)$ ,  $B_z(r, \varphi, z)$ . La position d'un électron, supposé non relativiste, est repérée par le point  $M$  de coordonnées cylindriques  $r(t)$ ,  $\varphi(t)$  et  $z(t)$  (figure 7). L'axe  $Oz$  étant l'axe de symétrie de l'enroulement centrée en  $O$ , confondu avec l'axe de révolution du faisceau électronique. On négligera le poids de l'électron. On suppose que le faisceau électronique reste en permanence au voisinage immédiat de l'axe de la bobine.

On note  $\mu_0$  la perméabilité magnétique du vide.

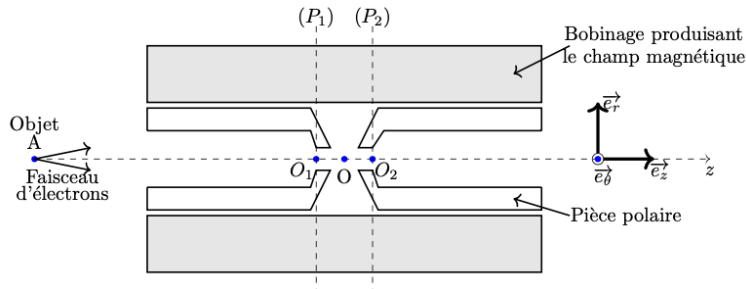


Figure 6 : Lentille magnétique

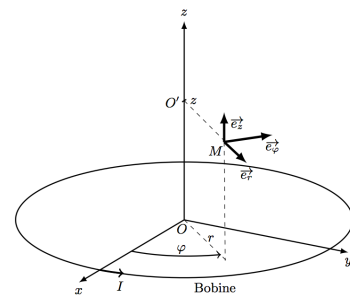


Figure 7 : Repérage du point  $M$

- 3.1. Justifier que le champ magnétique  $\vec{B}(O')$  créé par la bobine plate au point  $O'$  de son axe est porté par  $Oz$ ,  $\vec{B}(O') = B_z(O')\vec{e}_z$ .
- 3.2. Montrer que le champ magnétique  $B_z(O')$  se met sous la forme  $B_z(O') = B(z) = B_0 \left( 1 + \left( \frac{z}{a} \right)^2 \right)^{-3/2}$ . Donner l'expression de  $B_0$ .
- 3.3. Tracer l'allure du module de  $\vec{B}(O')$  en fonction de  $z$ . Dans quelle région le champ magnétique est-il intense ?
- 3.4. Dessiner l'allure des lignes du champ magnétique en précisant leur sens.
- 3.5. Justifier que le champ magnétique en un point  $M$  repéré par ses coordonnées cylindriques  $(r, \varphi, z)$  s'écrit sous la forme :  $\vec{B}(M) = B_r(r, z)\vec{e}_r + B_z(r, z)\vec{e}_z$ .

- 3.6.** En écrivant la conservation du flux magnétique à travers les surfaces limitant le volume d'un cylindre d'axe  $Oz$ , de rayon  $r$  et de longueur  $dz$ , montrer qu'au point  $M$  au voisinage de l'axe du bobinage, on a  $B_r(r, z) = -\frac{r}{2} \frac{\partial B_z(r, z)}{\partial z}$ .

On considère un électron incident ayant coupé l'axe  $Oz$  de l'enroulement au point  $A$  en amont de la lentille, sous l'angle  $\alpha$ . Dans la géométrie du champ magnétique étudié, la trajectoire de l'électron reste au voisinage immédiat de l'axe et on peut considérer que la composante axiale de  $\vec{B}$  proche de l'axe ne dépend pas de  $r$ ,  $B_z(r, z) = B_z(0, z) = B(z)$ . L'électron est en mouvement à la vitesse  $\vec{v}$  par rapport au référentiel du laboratoire ( $R$ ) supposé galiléen. Sa vitesse initiale  $\vec{v}_0$  en  $A$  est dans le plan méridien  $\varphi = 0$  et est quasi colinéaire à l'axe  $Oz$  (l'angle  $\alpha$  que fait  $\vec{v}_0$  avec l'axe  $Oz$  est de faible valeur).

- 3.7.** Exprimer le vecteur position  $\vec{OM}$ , le vecteur vitesse  $\vec{v}(M, R)$  et le vecteur accélération  $\vec{a}(M, R)$  de l'électron en coordonnées cylindriques dans le référentiel ( $R$ ).
- 3.8.** Écrire l'expression de la force de LORENTZ  $\vec{F}_L$  appliquée à un électron.
- 3.9.** Justifier que le champ magnétique seul ne permet pas d'augmenter la vitesse de l'électron.
- 3.10.** Écrire le principe fondamental de la dynamique pour un électron dans le référentiel ( $R$ ).
- 3.11.** En considérant des électrons qui se déplacent selon les génératrices d'un cylindre, préciser l'effet de chacune des composantes, radiale  $B_r$  et tangentielle  $B_z$  du champ  $\vec{B}$ .
- 3.12.** Par projection du principe fondamental de la dynamique respectivement sur  $\vec{e}_r$ ,  $\vec{e}_\varphi$  et  $\vec{e}_z$ , déduire trois équations différentielles que l'on numérotera respectivement (1), (2) et (3).
- 3.13.** Par projection du principe fondamental de la dynamique respectivement sur  $\vec{e}_r$ ,  $\vec{e}_\varphi$  et  $\vec{e}_z$ , montrer qu'à l'intérieur de la bobine, les équations différentielles du mouvement d'un électron sont données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 r}{dt^2} - r \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 = -\frac{e}{m_e} r B_z \frac{d\varphi}{dt} \quad (1) \\ \frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left( r^2 \frac{d\varphi}{dt} \right) = \frac{e}{m_e} \left( B_z \frac{dr}{dt} - B_r \frac{dz}{dt} \right) \quad (2) \\ \frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{e}{m_e} r B_r \frac{d\varphi}{dt} \quad (3) \end{array} \right.$$

- 3.14.** De la relation (2) établie dans la question précédente, déduire par intégration la relation :  $m_e r^2 \frac{d\varphi}{dt} = \frac{e r^2 B(z)}{2} + C$ . Montrer que la constante d'intégration  $C$  est nulle.
- 3.15.** En reportant le résultat trouvé dans la question précédente dans la relation (1), montrer que l'on obtient  $\frac{d^2 r}{dt^2} + K r B^2(z) = 0$ ,  $K$  étant fonction de  $e$  et  $m_e$  que l'on déterminera.
- 3.16.** Que devient l'équation (3) si l'on néglige le terme du second ordre en  $r$  ? En déduire l'expression simplifiée de  $\frac{dz}{dt}$ .
- 3.17.** Montrer alors que l'on obtient l'équation différentielle en  $r(z)$  :
- $$\frac{d^2 r}{dz^2} = -\frac{e^2}{4m_e^2 v_0^2 \cos^2 \alpha} r B^2(z).$$

Afin de déterminer la relation de conjugaison de la lentille magnétique, on considère un électron incident ayant coupé l'axe de l'enroulement au point objet  $A$  puis dévié par la lentille et recoupe l'axe au point image  $A'$  (figure 8). On fait l'approximation des lentilles minces en supposant que la distance entre les plans  $(P_1)$  et  $(P_2)$  est faible devant la distance  $OA$ . Dans le deuxième membre de la relation obtenue dans la question 3.16, on considère alors que  $r$  est constant et égal à  $r_0$ . On suppose ainsi que la lentille crée un champ magnétique nul partout sauf entre les cotes  $z(O_1) = z_1$  et  $z(O_2) = z_2$ . La figure 8 représente également allure de la variation de  $r(z)$  en fonction de  $z$ .

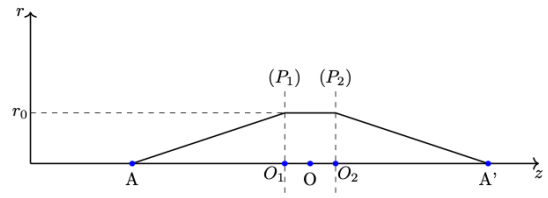


Figure 8 : Allure de la variation de  $r$  en fonction de  $z$ .

- 3.18. Quel est l'analogie du rayon lumineux de l'optique géométrique pour le microscope électronique ?
- 3.19. Exprimer  $\left(\frac{dr}{dz}\right)_{z=z_1}$  et  $\left(\frac{dr}{dz}\right)_{z=z_2}$  en fonction de  $\overline{OA}$ ,  $\overline{OA'}$  et  $r_0$ .
- 3.20. Montrer que l'on obtient  $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$ . Commenter cette relation et exprimer la distance focale  $f'$  de la lentille en fonction de  $e$ ,  $m_e$ ,  $v_0$  et de  $\int_{z_1}^{z_2} B^2(z) dz$ . Justifier que  $f'$  est indépendante de la polarisation du champ magnétique.
- 3.21. La lentille magnétique est-elle convergente ou divergente ? Peut-on avoir l'autre type ?
- 3.22. De quel(s) paramètre(s) dépend la distance focale de la lentille magnétique ?
- 3.23. La tension accélératrice  $U$  étant fixée, sur quel(s) paramètre(s) peut-on agir pour modifier très précisément la valeur de  $f'$  ?
- 3.24. Pourquoi les lentilles magnétiques ne sont pas appropriées pour la focalisation des ions ?
- 3.25. Simplifier l'expression de  $f'$  en supposant  $B(z) = B_0$  constant entre  $z_1$  et  $z_2$  et en prenant  $\alpha \approx 0$ .
- 3.26. Évaluer  $f'$  pour  $z_2 - z_1 = 1\text{mm}$  ;  $B_0 = 1\text{T}$  et  $v_0 = 2.10^8\text{m.s}^{-1}$ . Conclure sachant que la distance focale d'un microscope est de l'ordre du millimètre.
- 3.27. Parallèlement à la convergence, le faisceau électronique subit une rotation d'angle  $\varphi$ . Expliquer et tracer l'allure de la trajectoire d'un électron.

#### 4. Pouvoir de résolution du microscope électronique

Les électrons qui bombardent la surface de l'échantillon observé proviennent du canon à électrons. L'énergie cinétique qu'ils possèdent est celle qu'ils ont à la sortie du canon à électrons. Le pouvoir de résolution  $\delta_m$  d'un instrument correspond à la distance minimale qui doit séparer deux points de l'objet observé pour qu'ils soient correctement discernés par l'instrument. On peut montrer que le pouvoir de résolution d'un microscope (optique ou électronique) d'ouverture numérique  $\omega_0 = n \sin u$  est donnée par la relation  $\delta_m = 0,61 \frac{\lambda_0}{\omega_0}$ ,  $\lambda_0$  étant la longueur d'onde dans le vide du rayonnement utilisé,  $n$  l'indice du milieu dans lequel ce rayonnement se déplace et  $u$  l'angle de vue de l'objectif du microscope depuis l'échantillon (figure 9).

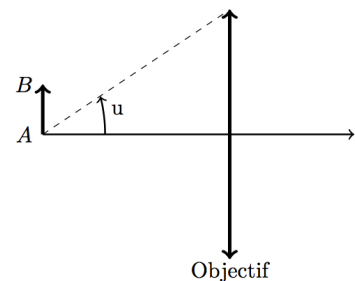


Figure 9 : Angle de vue de l'objectif

- 4.1. Quel est le phénomène physique qui limite le pouvoir de résolution d'un microscope ? Un microscope optique ne peut révéler des détails plus petits que l'ordre de grandeur de la

longueur d'onde de la lumière visible. Expliquer pourquoi et donner une valeur numérique typique.

- 4.2. Expliquer ce qu'est la dualité onde corpuscule. Ces deux aspects sont-ils inséparables ?
- 4.3. En 1924, Louis DE BROGLIE émet l'hypothèse qu'il est possible d'associer à tout corpuscule matériel, de quantité de mouvement  $\vec{p}$ , une onde de longueur d'onde  $\lambda_{LDB}$ . Donner l'expression de  $\lambda_{LDB}$ .
- 4.4. Exprimer la longueur d'onde  $\lambda_{LDB}^c$  associée à un électron non relativiste et de vitesse  $v_0^c$  en fonction de  $h$ ,  $m_e$ ,  $e$  et  $U$ .

La tension d'accélération est habituellement de plusieurs milliers de volts, permettant à l'électron d'atteindre une proportion appréciable de la vitesse de la lumière  $c$ . À ces vitesses, les effets relativistes doivent être pris en compte. En mécanique relativiste introduite par EINSTEIN en 1905, l'énergie cinétique et la quantité de mouvement de l'électron s'écrivent respectivement,

$$E_c = (\gamma - 1)E_0 \text{ et } \vec{p} = \gamma m_e \vec{v} \text{ avec } \gamma = \left(1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}} \text{ et } E_0 = m_e c^2.$$

- 4.5. Sachant qu'en mécanique relativiste, le théorème de l'énergie cinétique s'écrit de la même façon qu'en mécanique classique, montrer que la vitesse acquise par un électron de vitesse initiale nulle lorsqu'il est accéléré par une tension  $U$  est donnée par  $v_0^r = c \sqrt{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{eU}{E_0}\right)^2}}$ .

Calculer  $v_0^r$  pour  $U = 10kV$ ,  $U = 100kV$  et  $U = 1000kV$ . Commenter.

- 4.6. Montrer que la longueur d'onde des électrons est modifiée selon :  $\lambda_{LDB}^r = \frac{\lambda_{LDB}^c}{\sqrt{1 + \frac{eU}{2m_e c^2}}}$ .

Retrouve-t-on l'expression obtenue dans la question 4.4 ?

- 4.7. On peut ainsi déterminer, en fonction de la tension accélératrice  $U$ , la longueur d'onde  $\lambda_{LDB}^r$ , dans l'hypothèse relativiste, et comparer ses valeurs avec celles de la longueur d'onde classique  $\lambda_{LDB}^c$  que l'on obtiendrait si l'on ne prenait pas en compte la relativité restreinte. Calculer  $\lambda_{LDB}^r$  et  $\lambda_{LDB}^c$  pour  $U = 10kV$ ,  $U = 100kV$  et  $U = 1000kV$ . En quoi, au vu des valeurs de  $\lambda_{LDB}^r$  et de  $\lambda_{LDB}^c$ , peut-on dire que les effets relativistes limitent la résolution intrinsèque du microscope électronique ?
- 4.8. Pour un microscope optique, on prend  $n = 1$ ,  $u = 85^\circ$  et  $\lambda_0 = 589nm$ .
- 4.8.1. Donner les valeurs des longueurs d'ondes extrêmes (dans le vide) du spectre visible.
- 4.8.2. À quelle couleur correspond la longueur d'onde  $\lambda_0 = 589nm$  ?
- 4.8.3. Calculer l'ouverture numérique  $\omega_0^o$  et le pouvoir de résolution  $\delta_m^o$  pour le microscope optique.
- 4.9. Pour un microscope électronique, on prend  $n = 1$  et  $u = 10^{-2}rad$ . Les électrons sont accélérés par la tension  $U = 100kV$ .
- 4.9.1. Calculer l'ouverture numérique  $\omega_0^e$  et le pouvoir de résolution  $\delta_m^e$  pour le microscope électronique pour la tension d'accélération  $U = 100kV$ . Comparer  $\delta_m^e$  à  $\delta_m^o$  et conclure.
- 4.9.2. On suppose l'ouverture numérique  $\omega_0^e$  constante. Dans quel sens faut-il varier la tension accélératrice  $U$  si l'on souhaite améliorer la résolution des images obtenues ?
- 4.9.3. Expliquer l'intérêt d'utiliser des électrons plutôt que les photons de la lumière visible pour effectuer de la microscopie.