- *On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les* $\boxed{\textit{références}}$ *des questions abordées.*
- *Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*
- *Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.*
- *Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Ainsi, les diverses parties du problème sont relativement indépendantes entre elles.*
- *Tous les résultats numériques seront donnés avec un nombre de chiffres significatifs compatibles avec les données fournies.*

Le sujet de cette épreuve est constitué de deux parties indépendantes : la première partie est notée sur ***4 points***, la deuxième sur ***16 points***.

Partie 1 : Turbine à gaz

De la vapeur d'eau évolue dans une turbine horizontale, de section constante Σ, munie d'une hélice. À l'extérieur, la température est constante et vaut $T_0 = 35\ °C$. La vapeur est admise dans la turbine à la température $T_1 = 400\ °C$ et la pression $P_1 = 6{,}0\ bar$, et ressort à la température $T_2 = 100\ °C$ sous pression $P_2 = 1{,}0\ bar$. Le débit massique au travers de la turbine vaut $D_m = 1\ kg.s^{-1}$. On assimile la vapeur d'eau à un gaz parfait et on note c_P sa chaleur massique.

Données :

- Masse molaire de l'eau : $M_e = 18 g.mol^{-1}$.
- Coefficient isentropique : $\gamma = \dfrac{c_P}{c_V} = 1{,}3$.
- Constante des gaz parfaits : $R = 8{,}314\ J.mol^{-1}.K^{-1}$.
- Expression de l'entropie molaire d'un gaz parfait en fonction de la température T et de la pression P :

$$S_m(T,P) = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}\ln\left(\frac{T}{T_1}\right) - R\ln\left(\frac{P}{P_1}\right) + S_m(T_1,P_1)$$

- Expression des deux principes de la thermodynamique pour un fluide en écoulement stationnaire :
  - $D_m\left[\left(h_s + e_{c,s} + e_{p,s}\right) - \left(h_e + e_{c,e} + e_{p,e}\right)\right] = P_u + P_{th}$;
  - $D_m\left(s_s - s_e\right) = \dfrac{P_{th}}{T_0} + s_{créée}$.

avec h l'enthalpie massique, e_c l'énergie cinétique massique et e_p l'énergie potentielle massique du fluide ; P_u la puissance mécanique utile qu'il reçoit et P_{th} la puissance thermique reçue, $s_{créée}$ l'entropie créée par unité de temps et où l'on a noté e les grandeurs en entrée et s celles en sortie.

On néglige les variations d'énergie cinétique.

1. Sachant que le but d'une turbine est de récupérer une puissance mécanique, les pertes thermiques sont donc a priori faibles. Exprimer, en fonction de D_m, c_P, T_1 et T_2, la puissance maximale cédée à la turbine dans l'hypothèse d'un écoulement adiabatique.

2. Calculer la variation d'entropie du fluide entre l'entrée et la sortie de la turbine. Justifier que le résultat obtenu est contradictoire avec l'hypothèse d'un écoulement adiabatique.
On suppose que la transformation est réversible dans la turbine.

3. Déduire du second principe de la thermodynamique la puissance P_{th} cédée par la vapeur d'eau à l'extérieur.

4. En déduire la puissance P_u cédée à la turbine.

Partie 2 : Vélocimétrie

1. Vélocimétrie par effet Doppler

Afin d'estimer localement la vitesse v de déplacement de globules sanguins, on utilise la technique d'échographie Doppler. On considère le cas où l'angle est nul entre la direction de la vitesse du sang ($\vec{v} = -v\vec{e_z}$ avec $v > 0$) et celle de propagation du son ($\vec{c} = c\vec{e_z}$). À l'origine de l'axe (Oz), de vecteur unitaire $\vec{e_z}$, se trouve une sonde à ultrasons constituée de deux cristaux piézoélectriques, l'un, E, pour l'émission d'une onde ultrasonore de célérité c et l'autre, R, pour la réception des ondes réfléchies par les globules (figure 1). L'émetteur E émet une suite de bips ultrasonores à une fréquence f_E dans le référentiel de E, le récepteur R reçoit ces bips après réflexion avec la fréquence différente f_R.

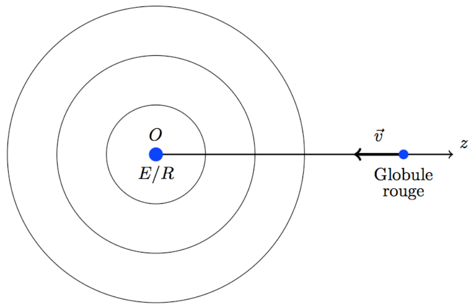

Figure 1 : effet Doppler

1.1. On appelle z_0 la coordonnée d'un globule G à la date $t = 0$. Donner l'équation horaire du mouvement $z(t)$ de G.

1.2. Un premier bip est émis par l'émetteur E à la date $t = 0$. Exprimer la date t_1 à laquelle le bip est perçu par le globule.

1.3. Un second bip est émis par E à la date $t = T_E$. Exprimer la date t_2 à laquelle le second bip est perçu par le globule en fonction de t_1, c, v, et T_E.

1.4. En déduire alors la période T_G et la fréquence f_G à laquelle le globule perçoit donc les bips dans son référentiel.

1.5. Le globule rediffuse les signaux ultrasonores qu'il reçoit avec la même période T_G que celle des signaux qu'il reçoit. Une portion du signal est ainsi rétrodiffusé vers le récepteur R. Exprimer la fréquence f_R des signaux alors perçue par R dans son référentiel.

1.6. La vitesse v des globules est faible devant la vitesse $c = 1{,}5 km.s^{-1}$, de propagation du son dans le sang. Montrer que $f_R \approx \left(1 + 2\frac{v}{c}\right) f_E$.

1.7. Dans la pratique, la sonde est orientée d'un angle θ (figure 2) par rapport au vaisseau sanguin et la fréquence de l'onde reçue par le récepteur a pour expression $f_R \approx \left(1 + 2\frac{v}{c}\cos(\theta)\right) f_E$. La combinaison du faisceau émis, de fréquence $f_E = 4{,}0 MHz$, et du faisceau reçu après réflexion sur les globules donne des battements de fréquence $\Delta f = f_E - f_R = 2 kHz$. En déduire la vitesse v de déplacement du sang dans le vaisseau sanguin pour $\theta = 20°$.

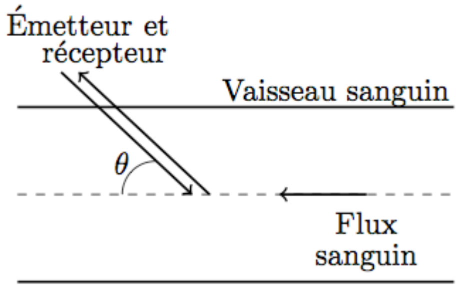

Figure 2 : Principe de la vélocimétrie par effet Doppler

2. Vélocimétrie laser

La vélocimétrie laser est une technique optique qui consiste à croiser deux faisceaux laser cohérents, faisant entre eux un angle de 2α ($\alpha << 1$) afin de mesurer la vitesse locale d'un fluide qui s'écoule selon l'axe Oz dans un tuyau transparent (figure 3). L'écoulement du fluide est ensemencé par des particules fines solides réfléchissantes (appelées traceurs). En passant alternativement dans les franges brillantes et sombres qui résultent des interférences des deux faisceaux (1) et (2), les traceurs réfléchissent la lumière. Ils diffusent une intensité lumineuse proportionnelle à l'éclairement de leur surface. La lumière diffusée présente un clignotement régulier et est détectée par un photodétecteur qui la convertit en signal électrique.

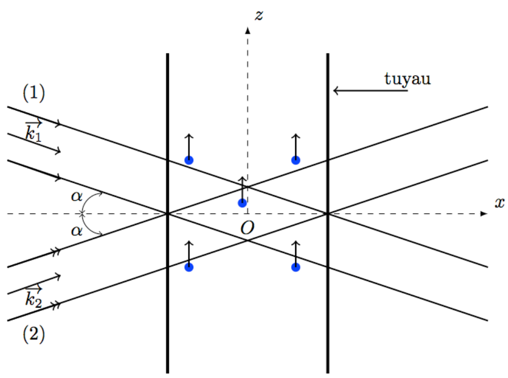

Figure 3 : Principe de la vélocimétrie laser.

Les traceurs sont emportés par l'écoulement stationnaire et on pourra assimiler leur vitesse à celle du fluide.

On ne considère pour l'instant qu'une seule particule.

Les deux faisceaux laser cylindriques, de même intensité, de même état de polarisation et de même diamètre, sont issus d'un laser de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 514{,}5 nm$. Leurs directions forment un angle $2\alpha = 20°$. Le plan médiateur des deux faisceaux est réglé pour être exactement perpendiculaire à la direction de l'écoulement. Les amplitudes instantanées au point M des ondes correspondant aux deux faisceaux, supposées planes et de vecteurs d'onde $\vec{k_1}$ et $\vec{k_2}$ ($\|\vec{k_1}\| = \|\vec{k_2}\| = k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$), s'écrivent respectivement sous la forme :

$$s_1(M,t) = S_0 \cos(\varphi_1(M,t)) \text{ et } s_2(M,t) = S_0 \cos(\varphi_2(M,t))$$

avec $\varphi_1(M,t) = \omega t - \vec{k_1}.\overrightarrow{OM} + \varphi_0$ et $\varphi_2(M,t) = \omega t - \vec{k_2}.\overrightarrow{OM} + \varphi_0$, φ_0 étant une constante.

Dans un premier temps, on assimile l'indice optique du fluide à celui de l'air, $n_a = 1$.

2.1. À quelle couleur correspond la longueur d'onde $\lambda_0 = 514,5 nm$?

2.2. Exprimer les vecteurs d'onde $\vec{k_1}$ et $\vec{k_2}$ en fonction de k_0 et α dans la base $(\vec{e_x}, \vec{e_z})$ associée au repère (O,x,z).

2.3. Exprimer l'amplitude de l'onde résultante $s(M,t)$ au point M de la zone de croisement (champ d'interférence) des deux faisceaux en fonction des coordonnées x et z de M , et des autres données.

2.4. L'onde résultante est-elle plane ? Est-elle progressive ? Est-elle stationnaire ? Est-elle monochromatique ?

On définit l'intensité lumineuse $I(M)$ au point M par $I(M) = < s^2(M,t) >$, moyenne temporelle de $s^2(M,t)$, et on note $I_{\max}$ l'intensité maximale en M .

2.5. Justifier que l'on observe des interférences dans la zone de croisement des deux faisceaux laser.

2.6. Exprimer le déphasage $\varphi = \varphi_1(M,t) - \varphi_2(M,t)$ entre les deux ondes que se superposent en un point M du champ d'interférence. Montrer que $I(M)$ se met sous la forme $I(M) = I_{\max} \cos^2\left(2\pi \frac{z}{\Lambda_0}\right)$. Donner l'expression de Λ_0 .

2.7. Décrire l'aspect des franges d'interférences. Exprimer l'interfrange i_0 en fonction de λ_0 et α.

2.8. Tracer l'allure de $I(M)$ en tenant compte de la largeur des faisceaux incidents.

La figure 4 donne le signal électrique détecté par un photodétecteur.

2.9. Que vaut la période T du clignotement ?

2.10. Exprimer la vitesse V d'écoulement du fluide en supposant que le traceur suit parfaitement l'écoulement. Calculer sa valeur numérique.

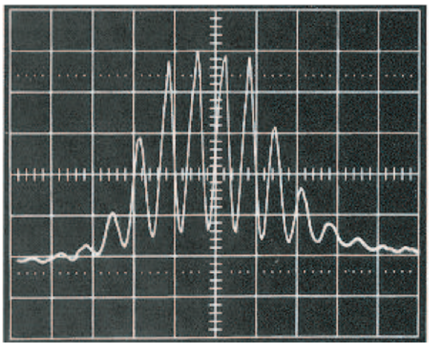

Figure 4 : Tension en sortie du photodétecteur ($1 V/div$ et $1 \mu s/div$).

On souhaite connaître l'influence de l'indice du fluide dans le résultat établi. On considère alors le cas réel où l'indice optique du fluide est $n_f \neq n_a = 1$. Chaque rayon lumineux d'un des deux faisceaux incidents, arrive avec un angle d'incidence α par rapport à l'axe (Ox) qui est la normale au dioptre air-fluide. On note α' l'angle de réfraction.

2.11. Écrire la relation entre α et α'.

2.12. Exprimer la longueur d'onde λ du laser dans le fluide.

2.13. Quelle est la nouvelle expression de l'interfrange i de la figure d'interférences ? Y a-t-il besoin de connaître l'indice optique du fluide pour pouvoir interpréter l'expérience et déterminer la vitesse d'écoulement ?

Afin de déterminer le sens de l'écoulement du fluide, on place sur le faisceau laser (1) un dispositif optoélectronique composé d'une lame transparente d'épaisseur e. L'indice de réfraction n_l de cette lame varie en fonction de la tension $u(t)$ qu'on lui applique : $n_l(t) = 1 + a\, u(t)$, avec a une constante positive. On suppose que l'incidence du faisceau laser est normale sur la face d'entrée de la lame. On assimile de nouveau l'indice optique du fluide à celui de l'air.

2.14. Exprimer le nouveau déphasage $\varphi'(M)$ entre les deux ondes qui interfèrent au point M du champ d'interférence en fonction de $u(t)$, a, e, λ_0, α et z.

2.15. En déduire la position des franges brillantes.

2.16. On souhaite obtenir des franges d'interférences qui se déplacent à une vitesse constante V_0 dans la direction de l'axe Oz. Quelle est l'expression de la tension $u(t)$ dans ce cas ? Expliquer comment connaître le sens de déplacement.

2.17. On suppose que la particule se déplace dans le sens des z positifs. Comment varie la période du signal délivré par le photodétecteur dans ce cas ?