

## Correction CNC 2024

MP

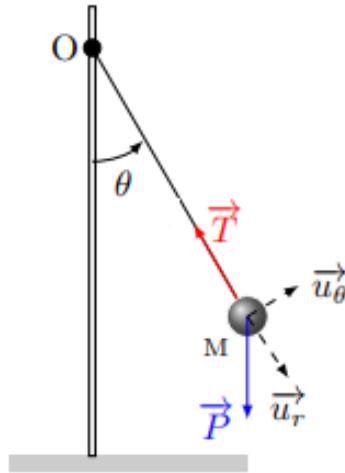
physique I

**Pr :**

— EDDAKOUN Abdelhaq  
eddakounabdelhaq@gmail.com

### Partie 1 :Etude d'un pendule simple

#### 1.1 Forces appliquées :



- $\vec{P}$  : poids du corps :  $\vec{P} = mg(\cos(\theta)\vec{u}_r - \sin(\theta)\vec{u}_\theta)$
- $\vec{T}$  : tension du fil  $\vec{T} = -T\vec{u}_r$

#### 1.2

Vecteur position :  $\vec{OM} = L\vec{u}_r$

Vecteur vitesse :  $\vec{v} = L\dot{\theta}\vec{u}_\theta$

Vecteur accélération :  $\vec{a} = L\ddot{\theta}\vec{u}_\theta - L\dot{\theta}^2\vec{u}_r$

#### 1.3

Système étudié : objet de masse  $m$

PFD :  $m \vec{a} = \Sigma \vec{F}_{ext}$

$m(L\ddot{\theta}\vec{u}_\theta - L\dot{\theta}^2\vec{u}_r) = mg(\cos(\theta)\vec{u}_r - \sin(\theta)\vec{u}_\theta) - T\vec{u}_r$

projection selon  $\vec{u}_\theta$  :

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{L} \sin(\theta) = 0$$

1.4

Dans le cas du petit mouvement  $\sin(\theta) = \theta$  :

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{L} \theta = 0$$

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$$

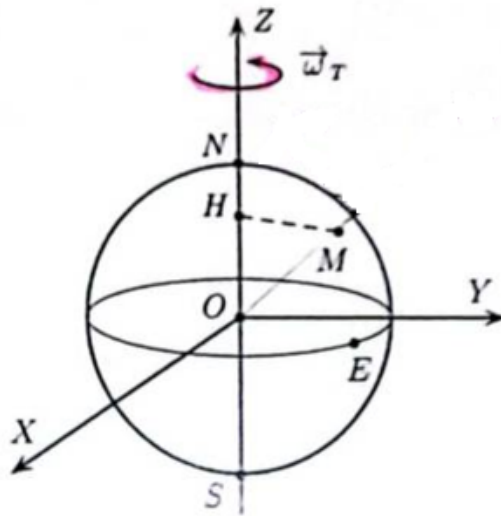
$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \text{ avec } \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}} \implies T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\theta(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t)$$

$$\dot{\theta}(t=0) = 0 = \omega_0 B = 0 \implies B = 0 \text{ Donc on trouve}$$

$$\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega_0 t)$$

## Partie 2 : Champ gravitationnel de la terre



2.1.1.

$$\vec{F}_g = -G \frac{M_T m}{\|\vec{OM}\|^3} \vec{OM}$$

2.1.2

$$\vec{g}_0 = \frac{\vec{F}_g}{m} = -\frac{GM_T}{R^3} \vec{OM} \text{ avec } \|\vec{OM}\| \approx R$$

### 2.2 Loi de decomposition des Vitesses et des accélérations

2.2.1

Le référentiel  $R_T$  est non galiléen car la terre est en mouvement de rotation autour de l'axe (OZ)

#### 2.2.2 Expression de la vitesse

$$\vec{v}(M/R_G) = \frac{d\vec{OM}}{dt} /_{R_G} = \frac{d(\vec{OO'} + \vec{O'M})}{dt} /_{R_G} = \vec{v}(O'/R_G) + \frac{d\vec{O'M}}{dt} /_{R_T} + \vec{\omega}_T \wedge \vec{O'M}$$

$$\vec{v}(M/R_G) = \vec{v}_r + \vec{v}_e$$

$$\vec{v}_r = \frac{d\vec{O'M}}{dt}/_{R_T} : \text{La vitesse relative}$$

$$\vec{v}_e = \vec{v}(O'/R_G) + \vec{\omega}_T \wedge \vec{O'M} : \text{La vitesse d'entraînement}$$

### 2.2.3 Expression de l'accélération

$$\vec{a}(M/R_G) = \frac{d\vec{v}}{dt}/_{R_G} = \vec{a}(O'/R_G) + \frac{d}{dt}\left(\left(\frac{d\vec{O'M}}{dt}\right)_{R_T}\right)_{R_G} + \frac{d}{dt}(\vec{\omega}_T \wedge \vec{O'M})_{R_G}$$

$$\text{On sait que } \vec{\omega}_T = cte \text{ alors } \frac{d\vec{\omega}_T}{dt} = \vec{0}$$

Après tous les calculs effectués, nous trouvons :

$$\vec{a}(M/R_G) = \vec{a}(O'/R_G) + \left(\frac{d^2\vec{O'M}}{dt^2}\right)_{R_T} + 2\vec{\omega}_T \wedge \vec{v}_r + \vec{\omega}_T \wedge (\vec{\omega}_T \wedge \vec{O'M})$$

$$\vec{a}(M/R_G) = \vec{a}_r + \vec{a}_c + \vec{a}_e$$

$$\vec{a}_r = \left(\frac{d^2\vec{O'M}}{dt^2}\right)_{R_T} : \text{L'accélération relative}$$

$$\vec{a}_c = 2\vec{\omega}_T \wedge \vec{v}_r : \text{L'accélération de coriolis}$$

$$\vec{a}_e = \vec{a}(O'/R_G) + \vec{\omega}_T \wedge (\vec{\omega}_T \wedge \vec{O'M}) : \text{Accélération d'entraînement}$$

### 2.2.4

$$\text{PFD dans } R_T : m\vec{a}(M/R_G) = \vec{F}_g = m\vec{a}_r + m\vec{a}_c + m\vec{a}_e$$

$\vec{a}_r$  est l'accélération du point M dans  $R_T$

$$m\vec{a}_r = m\left(\frac{d^2\vec{O'M}}{dt^2}\right)_{R_T} = \vec{F}_g - m\vec{a}_c - m\vec{a}_e$$

Dans l'application du PFD dans  $R_T$  fait apparaître deux autres forces :

- $\vec{F}_{ic} = -m\vec{a}_c$  : force d'inertie de coriolis
- $\vec{F}_{ie} = -m\vec{a}_e$  : force d'inertie d'entraînement

## 2.3 Définition du poids d'un corps

### 2.3.1 Condition d'équilibre du pendule dans $R_T$

$$m\vec{a}_r = 0 = \vec{F} + \vec{F}_g - m\vec{a}_c - m\vec{a}_e$$

le pendule est en équilibre alors  $\vec{v}_r = 0$  donc  $\vec{F}_{ic} = \vec{0}$

Donc la condition d'équilibre s'écrit :

$$\vec{0} = \vec{F} + \vec{F}_g - m(\vec{a}(O'/R_G) + \vec{\omega}_T \wedge (\vec{\omega}_T \wedge \vec{O'M}))$$

### 2.3.2

$$\text{soit } \vec{O'M} = \vec{O'O} + \vec{OM}$$

$$\text{Alors } \vec{F}_{ie} = -m(\vec{a}(O'/R_G) - m\vec{\omega}_T \wedge (\vec{\omega}_T \wedge \vec{O'O})) - m\vec{\omega}_T \wedge (\vec{\omega}_T \wedge \vec{OM})$$

O' est en rotation autour de l'axe fixe (OZ) alors  $(\vec{\omega}_T \wedge \vec{O'O}) = \vec{\omega}_T \wedge (\vec{O'H} + \vec{HO}) = \vec{\omega}_T \wedge \vec{O'H}$  car

$$\vec{\omega}_T \wedge \vec{HO} = \vec{0}$$

$$\text{De même } \vec{v}(O'/R_G) = \vec{\omega} \wedge \vec{HO} \implies (\vec{\omega}_T \wedge \vec{O'O}) = -\vec{v}(O'/R_G)$$

Vers la fin nous trouvons :  $m\vec{\omega}_T \wedge (\vec{\omega}_T \wedge \vec{O'O}) = -\vec{a}(O'/R_G)$

Alors  $\vec{F}_{ie} = -m\vec{\omega}_T \wedge (\vec{\omega}_T \wedge \vec{OM})$  avec  $\vec{OM} = \vec{OH} + \vec{HM}$  Nous trouvons vers la fin :

$$\vec{F}_{ie} = m\omega^2 \vec{HM}$$

La condition d'équilibre s'écrit :  $\vec{F}_g + \vec{F} + m\omega^2 \vec{HM} = \vec{0} = \vec{P} + \vec{F}$

$$\vec{P} = m\vec{g} = \vec{F}_g + m\omega^2 \vec{HM}$$

Nous remplaçons  $\vec{F}_g$  par sa valeur et nous trouvons :

$$\vec{g} = -\frac{GM_T}{R^3} \vec{OM} + \omega^2 \vec{HM}$$

### 2.3.3

Au pôle nord la distance  $(HM) = 0$  alors la norme de  $\vec{g}$  s'écrit :  $g = \frac{GM_T}{R^2}$

$$\text{AN : } g = 9.814 \text{ m.s}^{-2}$$

En un point M de l'équateur  $\vec{HM} = \vec{OM} \implies g = |R(\omega_T^2 - \frac{GM_T}{R^3})|$

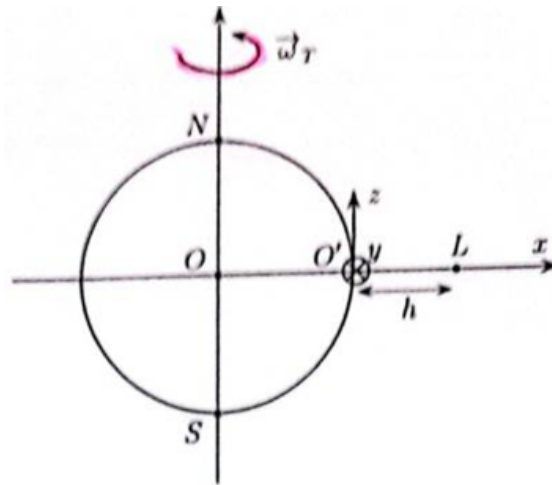
$$\text{AN : } g = 9.780 \text{ m.s}^{-2}$$

$$\Delta g = 34.10^{-3} \text{ m.s}^{-2}$$

Au pôle nord la force centrifuge  $\vec{F}_{ie} = m\omega^2 \vec{HM}$  est pratiquement nulle, mais elle est plus intense dans l'équateur ce qui explique l'écart trouvé. La forme non sphérique de la terre peut être responsable aussi à cet écart trouvé.

## Partie 3

### Etude de la chute libre d'un corps : Déviation vers l'Est



### 3.1.1

PFD dans  $R_T$  :  $m\vec{a}(M/R_T) = m\vec{g} + \vec{F}_{ic}$  avec  $\vec{F}_{ic} = -2m\vec{\omega}_T \wedge \vec{v}_r$



La force  $\vec{F}_{ic}$  est déjà incluse dans l'expression de  $\vec{g}$

$$m\vec{a}(M/R_T) = m\vec{g} + -2m\vec{\omega}_T \wedge \vec{v}(M/R_T)$$

### 3.1.2

$$\vec{a} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} \text{ et } \vec{g} \begin{pmatrix} -g \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ de même } \vec{\omega} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_T \end{pmatrix} \text{ et } \vec{v}(M/R_T) \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix}$$

La projection du PFD dans  $R_T$  selon (ox) :

$$\ddot{x} = -g + 2\omega_T \dot{y}$$

La projection du PFD dans  $R_T$  selon (oy) :

$$\ddot{y} = -2\omega_T \dot{x}$$

La projection du PFD dans  $R_T$  selon (oz) :

$$\ddot{z} = 0$$

## 3.2 Déviation vers l'Est

### 3.2.1

Résolutions des équations

$$\dot{y}(t) = -2\omega_T x(t) + cte$$

$$\dot{y}(t=0) = 0 = -2\omega_T x(t=0) + cte = -2\omega_T h + cte \implies cte = 2\omega_T h$$

$$\dot{y} = -2\omega_T(x(t) - h)$$

On remplace dans l'expression de  $\ddot{x}(t)$

$$\ddot{x} = -g - 2\omega_T(2\omega_T(x(t) - h))$$

Le deuxième terme à droite est négligeable car il est proportionnel à  $\omega_T^2$

$$\ddot{x}(t) = -g \implies \dot{x}(t) = -gt + C_1$$

$$\dot{x}(t=0) = -g \times 0 + C_1 \implies C_1 = 0$$

Par intégration et nous prendrons en compte la condition initiale on trouve :

$$x(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + h$$

$$\text{alors } a = -\frac{g}{2}$$

De même on sait que  $\ddot{y} = -2\omega_T \dot{x}(t) \implies \ddot{y} = 2\omega_T g t$

D'après les conditions initiales  $\dot{y}(t=0) = 0$  et  $y(t=0) = 0$  et par intégration on trouve

$$y(t) = \omega_T g \frac{t^3}{3} \text{ alors } b = \frac{\omega_T g}{3}$$

$$z(t) = 0$$

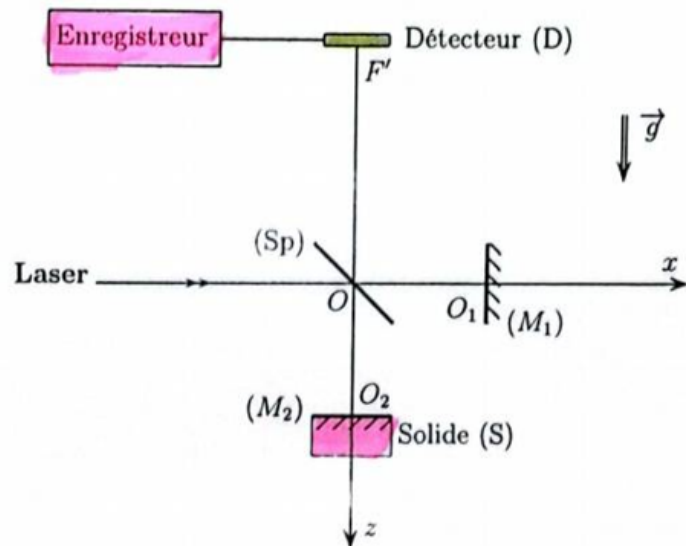
### 3.2.2

Lorsque la bille tombe sur sol  $x(ts)=0$ ,  $ts$  est l'instant d'arrivée de la bille au sol.

$$x(ts) = 0 = -\frac{1}{2}gt^2 + h \implies ts = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

On remplace dans  $y$  est on trouve  $y_1 = \frac{\omega_T g}{3} \left(\frac{2h}{g}\right)^{(3/2)}$

$$\text{AN : } y_1 = 6,21 \text{ cm}$$



#### 4.1.1

L'interféromètre sous vide nous permet d'éliminer l'effet de l'air pour augmenter la précision, car Michelson est un appareil de précision et l'indice de l'air influe sur la figure d'interférence.

#### 4.1.2

Le solide  $S_1$  est en chute libre est l'axe  $(oz)$  est dirigé vers le bas .

Alors  $z(t) = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + z_0$  avec  $z_0 = \ell_1$  et  $v_0 = 0$

$$z(t) = \frac{1}{2}gt^2 + \ell$$

#### 4.2.1

Les conditions pour observer les interférences entre deux ondes sont :

- les deux ondes doivent avoir la même pulsation  $\omega_1 = \omega_2$
- ils possèdent la même phase à l'origine  $\varphi_{01} = \varphi_{02}$

$$4.2.2 \quad \delta = 2((OO_2) - (OO_1)) = 2e$$

$$4.2.3 \quad E = E_0(1 + \cos(\frac{2\pi}{\lambda}\delta)) = E_0(1 + \cos(\frac{4\pi}{\lambda}e))$$

#### 4.2.4

$$e = (OO_2) - (OO_1) = \frac{1}{2}gt^2$$

$$\text{Donc } E = E_0(1 + \cos(\frac{2\pi}{\lambda}gt^2))$$

#### 4.2.5

Le troisième minimum correspond à :  $\frac{2\pi}{\lambda}gt^2 = 5\pi \implies g = \frac{5\lambda}{2t^2}$

AN :  $g = 9,89ms^{-2}$

Cette méthode permet de trouver la valeur de  $g$  avec grande précision