L'énoncé de cette épreuve comporte 7 pages.
L'usage de la calculatrice est autorisé

On veillera à une présentation claire et soignée des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les $\boxed{\text{références}}$ *des questions abordées.*

L'épreuve est composée de quatre parties largement indépendantes. Chaque partie contient des informations qui peuvent vous aider dans les parties suivantes, une lecture attentive est alors recommandée.

Il est **fortement recommandé de commencer par la première partie**. Cette partie est notée sur **4 points** et le reste de l'épreuve sur **16 points**.

Quelques aspects de la physique des semi-conducteurs

Les semi-conducteurs sont des matériaux importants dans l'électronique moderne. Leur conductivité électrique se situe entre celle des conducteurs et celle des isolants. À l'état pur, les atomes des cristaux semi-conducteurs partagent des électrons pour former des liaisons covalentes. Ces matériaux ne conduisent pas l'électricité à basse température. À température ambiante, certaines liaisons sont rompues et les électrons sont excités dans la bande de conduction. Le matériau devient alors légèrement conducteur.

La conductivité des semi-conducteurs peut être modifiée grâce à un processus spécifique appelé dopage. Cette propriété fait que les semi-conducteurs jouent un rôle central dans de nombreuses applications. Le silicium est le matériau semi-conducteur le plus utilisé.

Données numériques :
- Charge élémentaire : $e = 1,6 \times 10^{-19} C$;
- Masse de l'électron : $m = 9,1 \times 10^{-31} kg$;

Partie 1
Action d'un champ électrique sur une particule chargée
(Barème : 4/20)

On considère une particule assimilée à un point matériel M de masse m et de charge q soumise à un champ électrique constant $\vec{E} = E\,\vec{u}_x$. La particule se déplace à la vitesse $\vec{v}$ par rapport au référentiel de laboratoire $\mathcal{R}$ supposé galiléen. Nous supposons que, en plus de l'action du champ électrique, la particule est soumise à une force de frottement visqueux : $\vec{f} = -\dfrac{m}{\tau}\vec{v}$, avec τ une constante positive homogène à un temps. On néglige l'action de la pesanteur sur la particule.

1.1. Ecrire la deuxième loi de Newton (relation fondamentale de la dynamique) dans le référentiel $\mathcal{R}$ pour la particule M.

1.2. Résoudre l'équation différentielle vérifiée par $\vec{v}$ sachant $\vec{v}(t=0) = \vec{0}$. Montrer que le mouvement de la particule est suivant l'axe Ox et qu'une vitesse limite (régime stationnaire)

$\overrightarrow{v}_{lim}$ peut être atteinte :

$$\overrightarrow{v}_{lim} = \frac{q\tau}{m}\overrightarrow{E} \tag{1}$$

Quelle est la constante de temps d'établissement de cette vitesse limite ?

1.3. Tracer l'allure de la courbe représentative de la vitesse en fonction du temps $v(t)$.

1.4. Déterminer les expressions de P_E et P_f, les puissances respectives de la force électrique et de la force de frottement, en régime stationnaire en fonction de q, m, E et τ. Conclure.

Partie 2
Propriétés électriques d'un semi-conducteur intrinsèque

2.1. Modèle de la conduction électrique dans un conducteur

On considère un conducteur électrique métallique modélisé par un gaz d'électrons libres de charge $-e$ et de masse m. Ces électrons responsables de la conduction électrique, qui sont au nombre de N par unité de volume, se déplacent librement dans un cristal d'ions supposés fixes dans le référentiel de laboratoire $\mathcal{R}$ supposé galiléen. Les électrons libres subissent des collisions (chocs) de manière aléatoire. L'action de la pesanteur sur ces électrons sera négligée.

La conduction électrique peut être interprétée par le modèle connu sous le nom de « modèle de Drude », dans lequel nous supposons que :

- En présence d'un champ électrique $\overrightarrow{E}$ appliqué, un électron de conduction est animé d'une vitesse moyenne $\overrightarrow{v}$. Cette vitesse est appelée vitesse d'ensemble ou vitesse de *dérive* des électrons libres dans le cristal ;
- Les chocs amortissent l'établissement du mouvement d'ensemble des électrons. L'effet des chocs est analogue à celui d'une force de frottement de type visqueux égale à $-\frac{m}{\tau}\overrightarrow{v}$ agissant sur chaque électron libre ; τ est une constante homogène à un temps.

On se place en régime stationnaire, la vitesse d'un électron de conduction est donnée par la relation (1) établie dans la première partie : $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{v}_{lim}$.

2.1.1. Donner la signification physique de la vitesse d'ensemble (ou de dérive) des électrons libres à travers le cristal métallique.

2.1.2. Définir le vecteur densité volumique de courant $\overrightarrow{j}$ qui apparaît en régime stationnaire au sein du conducteur, en fonction de $\overrightarrow{v}$, N et e.

2.1.3. Ecrire la loi d'Ohm locale dans le conducteur en reliant la densité de courant et le champ électrique. En déduire que la conductivité σ du matériau conducteur s'écrit sous la forme :

$$\sigma = \frac{Ne^2\tau}{m} \tag{2}$$

2.1.4. Calculer τ sachant que dans un métal, la conductivité est de l'ordre de $10^7\ S.m^{-1}$ et que le nombre d'électrons par unité de volume est de l'ordre de $N = 10^{22}\ cm^{-3}$. Commenter.

2.2. Semi-conducteur intrinsèque

Un semi-conducteur intrinsèque est un cristal parfait sans défauts d'empilement ni impuretés. C'est un isolant à température nulle. A une température T, l'agitation thermique rompt quelques liaisons covalentes. Un électron, de charge $-e$, faisant généralement partie d'une liaison covalente, est délogé et devient libre, laissant une liaison covalente incomplète, appelée *trou*. Le trou est considéré comme une particule de charge $+e$ et de masse m égale à celle de l'électron. Les trous et les électrons sont des porteurs de charges et contribuent à la conduction électrique.

On note n la concentration en électrons et p la concentration en trous. La neutralité électrique du matériau impose que les trous et les électrons sont en nombres identiques, c'est-à-dire $n = p = n_i$ où n_i est appelée concentration intrinsèque.

Pour le silicium pur à $T = 300\,K$, $n = p = n_i = 1,5 \times 10^{16} m^{-3}$. Ce nombre est très faible si on le compare au nombre d'atomes par unité de volume : $n_{Si} = 5 \times 10^{28} m^{-3}$.

On suppose que le modèle de conduction de la section précédente est aussi valable pour le semi-conducteur et que la courant électrique est la somme des contributions des électrons et des trous dans la conduction.

La vitesse d'ensemble d'un type de porteurs est liée au champ électrique par la relation $\overrightarrow{v}_j = \mu_j \overrightarrow{E}$ où μ_j est la mobilité du porteur. L'indice « j » fait référence à un type de porteur particulier (électron ou trou).

On notera μ_n et μ_p les mobilités respectives des électrons libres et des trous respectivement. A $T = 300\,K$, les mobilités des porteurs de charges dans le silicium intrinsèque sont :
$\mu_n = -1500 \times 10^{-4}\,SI$ et $\mu_p = 600 \times 10^{-4}\,SI$.

2.2.1. On associe au mouvement d'ensemble de charges le vecteur densité de courant électrique $\overrightarrow{j}$. Donner l'expression de $\overrightarrow{j}$ en fonction de n, p, e, $\overrightarrow{v}_n$ et $\overrightarrow{v}_p$, puis en fonction de n, p, e, μ_n, μ_p et $\overrightarrow{E}$.

2.2.2. Montrer que la conductivité électrique σ du semi-conducteur pur s'écrit :

$$\sigma = e\,(p\,\mu_p - n\,\mu_n) \tag{3}$$

2.2.3. Calculer la valeur numérique de σ pour le silicium à $T = 300\,K$. Comparer cette valeur à celle du cuivre qui est de l'ordre de $10^7\,S.m^{-1}$.

Partie 3
Semi-conducteur dopé

Pour augmenter le nombre de porteurs mobiles dans un semi-conducteur pur, tel que le silicium par exemple, on introduit dans le cristal des atomes différents du silicium, qu'on qualifie d'impuretés. On dit alors que l'on effectue un dopage et que le semi-conducteur est dopé.

Le dopage s'effectue par un phénomène de diffusion qui a lieu à température élevée. Lorsque le système est ramené à température ambiante, les impuretés sont figées et sa conductivité électrique est alors modifiée.

3.1. Diffusion d'impuretés dans un semi-conducteur : Dopage

On note $c(M,t)$ la concentration en impuretés en un point M à un instant t. L'inhomogénéité en concentration entraîne un mouvement des impuretés caractérisé par un vecteur densité de courant de particules $\overrightarrow{J}_d(M,t)$.

3.1.1. La diffusion des impuretés est régie par la loi de Fick. Cette loi fait apparaitre un coefficient de diffusion D de l'impureté dans le semi-conducteur. L'expression mathématique de la loi de Fick est :

$$\overrightarrow{J}_d(M,t) = -D\,\overrightarrow{\text{grad}}(c(M,t))$$

Interpréter cette loi et préciser les unités de chaque grandeur.

Le semi-conducteur intrinsèque est assimilé à un milieu homogène et on suppose la diffusion unidirectionnelle. On note $c(x,t)$ la concentration en impuretés.

3.1.2. Dans un volume élémentaire cylindrique de section S et d'épaisseur dx, situé entre les abscisses x et $x+dx$, effectuer un bilan de matière portant sur les impuretés afin d'établir une relation entre $J_d(x,t)$ et $c(x,t)$. Ce bilan traduit la conservation du nombre d'impuretés.

3.1.3. En déduire que l'équation de diffusion s'écrit :

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}$$

A l'instant initial ($t=0$), la concentration en impuretés est nulle en tout point du semi-conducteur. On note N_0 le nombre d'impuretés par unité de surface introduites à partir de l'instant initial en $x=0$ à la surface du semi-conducteur considéré comme semi-infini s'étendant de $x=0$ à $x\to+\infty$.

3.1.4. On cherche, pour $t>0$, une solution de l'équation de diffusion sous la forme :

$$c(x,t) = A(t)\exp\left(\frac{-x^2}{B(t)}\right)$$

3.1.4.1. Déterminer les équations satisfaites par $A(t)$, $B(t)$ et leurs dérivées.

On admettra pour la suite l'expression ci-dessous : $c(x,t) = \dfrac{N_0}{\sqrt{\pi D t}}\exp\left(\dfrac{-x^2}{4Dt}\right)$.

3.1.4.2. Vérifier que les équations établies à la question précédente sont satisfaites.

3.1.4.3. Tracer l'allure de la concentration c en fonction de x à deux instants t_1 et $t_2>t_1$.

3.1.5. A une date t_0 fixée, à quelle profondeur δ la concentration est-elle la moitié de celle en $x=0$? Exprimer δ en fonction de D et t_0.

Le coefficient de diffusion du phosphore dans le silicium à 1000 K vaut $D = 3\times10^{-14} cm^2.s^{-1}$. Calculer δ au bout d'une heure.

3.2. Dopage N et P du silicium

Si les impuretés augmentent la concentration en électrons libres dans le semi-conducteur, on dit que les impuretés sont de type N et que le semi-conducteur est de type N. L'atome d'impureté se substitue à un atome de silicium dans le réseau cristallin en apportant un électron de plus que l'atome qu'il remplace.

De même, si les impuretés augmentent la concentration en trous dans le semi-conducteur, on dit que les impuretés sont de type P et que le semi-conducteur est de type P. L'atome d'impureté apporte ici un électron de moins que l'atome qu'il remplace dans le réseau cristallin.

3.2.1. Dans un échantillon de silicium de type N, on note c_- la nouvelle concentration en électrons libres et on néglige la concentration en trous.

En utilisant la relation (3), donner l'expression approchée de la conductivité électrique σ' du silicium dopé N en fonction de c_-, e et μ_n.

3.2.2. Calculer la valeur numérique de σ' pour $c_- = 5 \times 10^{14} cm^{-3}$. Commenter.

On utilisera les valeurs numériques des mobilités données à la section 2.2.

Partie 4
Cellule photovoltaïque

La fabrication des panneaux solaires est l'une des applications des semi-conducteurs. Un panneau solaire permet la conversion de l'énergie lumineuse en énergie électrique : lorsqu'un électron de valence absorbe un photon suffisamment énergétique, il se détache de sa liaison et passe dans la bande de conduction. Il y'a ainsi création d'une paire électron libre-trou libre. Les cellules photovoltaïques fonctionnent sur ce principe. Le phénomène est appelé *effet Photovoltaïque*. Un panneau solaire est constitué d'une série de cellules photovoltaïques reliées les unes aux autres.

4.1. Schéma électrique équivalent d'une cellule photovoltaïque

On considère une cellule photovoltaïque en silicium. Celle-ci peut être modélisée par le schéma électrique de la figure 1, où la cellule est connectée à une charge résistive R.

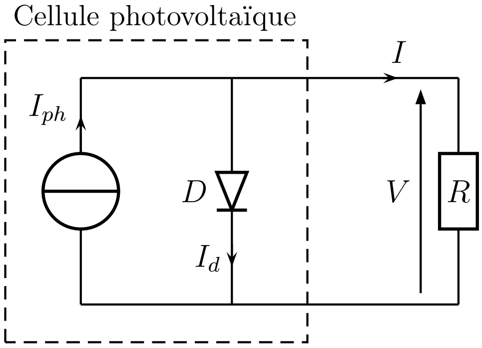

FIGURE 1 – Schéma électrique équivalent d'une cellule photovoltaïque sans pertes.

La diode D a pour caractéristique : $I_d = I_S \left(\exp\left(\frac{V}{V_T}\right) - 1 \right)$ où $V_T = 25\,mV$ à $T = 25°C$.

On donne, pour une cellule photovoltaïque dont l'aire exposée au rayonnement vaut $1,0\,cm^2$:
- $I_S = 1,0 \times 10^{-12} A$;
- $I_{ph} = 40\,mA$ pour une puissance d'éclairement $P_L = 100\,mW$ sur la cellule.

4.1.1. Déterminer l'expression de l'intensité de courant I qui traverse la résistance R en fonction de I_{ph}, I_S, V et V_T.

4.1.2. Déterminer l'expression littérale de l'intensité de court-circuit I_{cc} et de la tension en circuit ouvert V_{co}. Faire les applications numériques à $T = 25°C$ pour une puissance d'éclairement $P_L = 100\,mW$ sur la cellule.

On représente sur la figure 2 la forme de la caractéristique $I(V)$ pour différentes valeurs de l'éclairement.

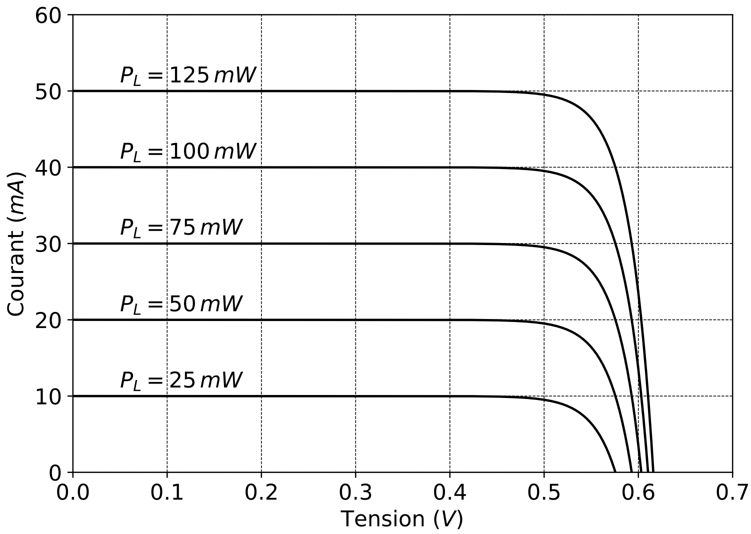

FIGURE 2 – Caractéristique courant-tension d'une cellule photovoltaïque sous différentes puissances d'éclairement.

4.1.3. On considère dans cette question que la puissance lumineuse reçue vaut $P_L = 100\,mW$. En utilisant le tracé de la caractéristique, déterminer approximativement la valeur de résistance R de charge pour laquelle la cellule délivre une puissance électrique maximale. Donner la valeur numérique de cette puissance P.

4.1.4. On souhaite associer plusieurs cellules élémentaires pour obtenir un panneau tel que, sous des conditions d'éclairement correspondant à $\mathcal{E} = 1,0\,kW.m^{-2}$, on obtienne une tension aux bornes du panneau de $40\,V$ et une puissance électrique égale à $320\,W$ (par panneau). Déterminer le nombre de cellules élémentaires à associer et préciser la manière de les associer.

4.1.5. Quelle surface de cellules doit-on placer pour obtenir une puissance totale de l'installation de $3,2\,kW$ dans ces conditions d'éclairement ($\mathcal{E} = 1,0\,kW.m^{-2}$) ? Dans ces conditions, définir et calculer numériquement le rendement de l'installation photovoltaïque. Expliquer par un argument physique pourquoi ce rendement est éloigné de l'unité.

4.2. Conversion continu-alternatif : Onduleur

Un onduleur permet de transférer l'énergie électrique des panneaux photovoltaïques, source d'énergie électrique continue, à une charge fonctionnant en alternatif. Le schéma du circuit électrique modélisant l'onduleur est représenté sur la figure 3.

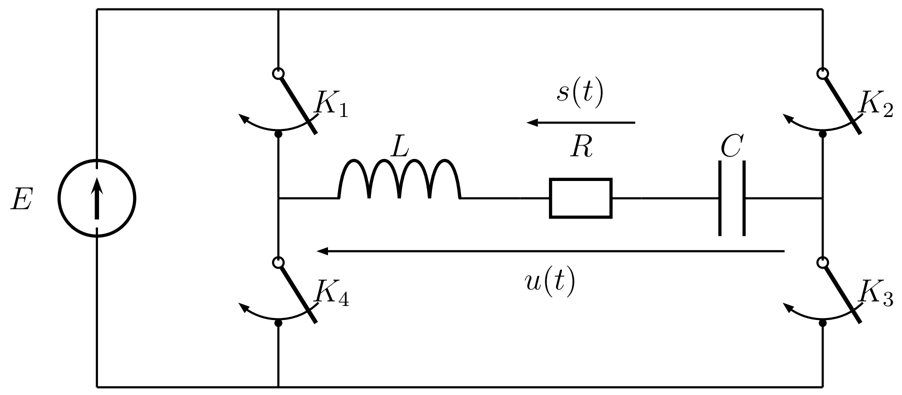

FIGURE 3 – Schéma électrique d'un onduleur.

E est la force électromotrice constante et positive d'une source de tension idéale. On suppose que les interrupteurs sont parfaits et sont commandés dans le temps comme suit :

- Pour $0 < t < \dfrac{T}{2}$: K_1 et K_3 sont fermés et K_2 et K_4 sont ouverts ;
- Pour $\dfrac{T}{2} < t < T$: K_1 et K_3 sont ouverts et K_2 et K_4 sont fermés.

La commande est périodique de période T.

4.2.1. Tracer le chronogramme de la tension $u(t)$.

4.2.2. Définir la valeur efficace d'un signal périodique quelconque puis établir la valeur efficace de la tension $u(t)$ en fonction de E. Comparer à la valeur efficace d'un signal sinusoïdal d'amplitude E.

4.2.3. La décomposition en série de Fourier de $u(t)$ s'écrit :

$$u(t) = \frac{4E}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{1}{2n+1} \sin\left((2n+1) \frac{2\pi}{T} t \right) \right]$$

Comment appelle-t-on le terme $\dfrac{4E}{\pi} \sin\left(\dfrac{2\pi}{\mathrm{T}} t\right)$ et les termes suivants ?

4.2.4. Représenter le spectre en amplitude de la tension $u(t)$.

4.2.5. Justifier que, par un choix judicieux des valeurs des composants, l'association RLC de la figure 3 est un filtre qui permet d'obtenir en sortie une tension $s(t)$ sinusoïdale avec en entrée la tension $u(t)$. Quelle est la nature de ce filtre ?

FIN DE L'ÉPREUVE