

- On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.
- Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.
- Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.
- Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Ainsi, les diverses parties de l'épreuve sont relativement indépendantes entre elles.

## Le diazote

Le diazote liquide est un liquide cryogénique fréquemment employé pour maintenir des systèmes à basse température, dans la recherche scientifique, en médecine ou dans l'industrie. On l'obtient à partir du diazote gazeux par le procédé Linde-Hampson. Une fois produit, le diazote liquide doit être conservé à l'abri de la chaleur.

### Données :

- Masse molaire du diazote :  $M(N_2) = 28,0 \text{ g.mol}^{-1}$ .
- Masse volumique du diazote liquide sous une pression de  $1,00 \text{ bar}$ , considérée constante sur l'intervalle d'étude :  $\rho_l(N_2) = 0,803 \text{ kg.L}^{-1}$ .
- Capacité thermique massique de l'eau :  $c_e = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .
- Constante des gaz parfaits :  $R = 8,314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .
- $T(\text{K}) = T(^{\circ}\text{C}) + 273$ .
- $1,00 \text{ bar} = 1,01.10^5 \text{ Pa}$ .

L'épreuve est composée de deux parties indépendantes, à l'intérieur desquelles de nombreuses questions peuvent être traitées indépendamment les unes des autres.

La partie 1 est notée sur **4 points**, la partie 2 sur **16 points**.

## Partie 1

On désigne par  $C_V$  et  $C_P$  les capacités thermiques respectivement à volume et à pression constants et par  $\gamma$  le rapport  $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ . On suppose que ces trois grandeurs sont indépendantes de la température et de la pression. On rappelle que  $C_V = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$  et  $C_P = \left( \frac{\partial H}{\partial T} \right)_P$ , où  $U$  est l'énergie interne et  $H$  est l'enthalpie.

1. Donner l'équation d'état vérifiée par  $n$  moles d'un gaz parfait en indiquant le nom et l'unité de chaque grandeur.
2. Préciser les unités de  $C_V$  et  $C_P$ .
3. Simplifier les expressions de  $C_V$  et  $C_P$  pour un gaz parfait.
4. Quelle est la relation qui lie la fonction d'état  $H$  à la fonction d'état  $U$  ?

5. Établir la relation dite de Mayer,  $C_p - C_v = nR$ .
6. Exprimer  $C_v$  et  $C_p$  en fonction de  $n$ ,  $R$  et  $\gamma$ .

## Partie 2

Dans cette partie, on s'intéresse à l'étude de l'équilibre liquide-vapeur du diazote, à la production du diazote liquide puis au circuit électrique de contrôle de la pureté du diazote. On considère que le diazote gazeux est un gaz parfait.

### 1. Équilibre liquide- vapeur du diazote

La figure 1 donne la courbe associée à l'équilibre liquide-vapeur du diazote.

- 1.1. Quel est l'état physique du diazote dans les zones 1 et 2 ?
- 1.2. Nommer le point  $C$ , limite supérieure de cette courbe.
- 1.3. Déterminer graphiquement la température, en  $^{\circ}\text{C}$ , de l'équilibre liquide-vapeur du diazote sous une pression de  $P=1,00\text{bar}$ . Pourquoi utilise-t-on des gants cryogéniques lors de la manipulation du diazote liquide ?
- 1.4. Calculer la quantité de matière  $n(\text{N}_2)$  contenue dans un volume  $V=1,00\text{L}$  de diazote liquide sous la pression  $P=1,00\text{bar}$ .
- 1.5. Calculer le volume de gaz produit lors du passage de  $V=1,00\text{L}$  de diazote liquide à l'état gazeux à la température de l'équilibre liquide-vapeur sous une pression de  $P=1,00\text{bar}$ .
- 1.6. Que vaut la valeur de ce volume ramené dans les conditions de température et de pression d'un local ( $P=1,00\text{bar}$  ;  $T=20^{\circ}\text{C}$ ) ? Pourquoi doit-on ventiler le local ?

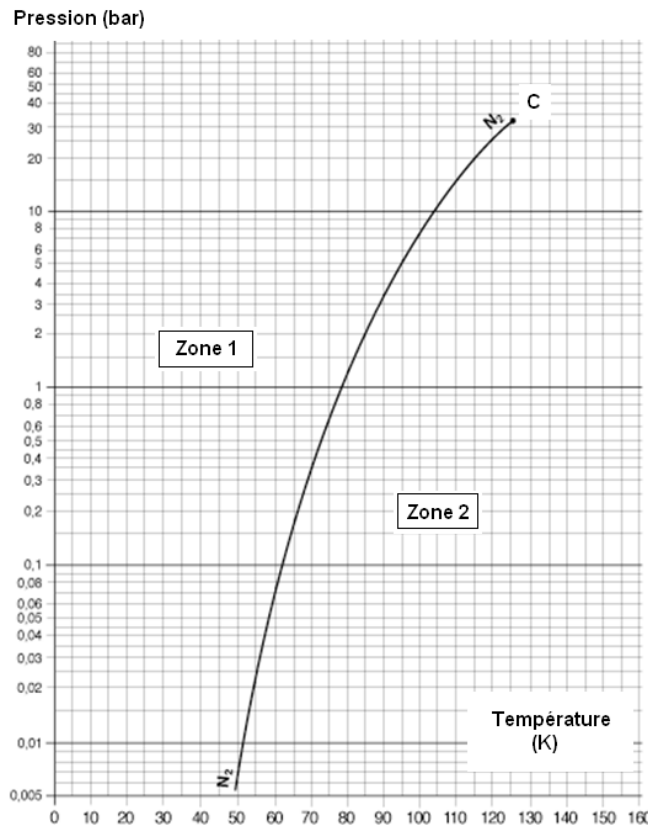


Figure 1 : Équilibre liquide-vapeur du diazote

Source : [http://encyclopedia.airliquide.com/images\\_encyclopedia/VaporPressureGraph/](http://encyclopedia.airliquide.com/images_encyclopedia/VaporPressureGraph/)

## 2. Production du diazote liquide

On s'intéresse dans cette partie au calcul de l'énergie dépensée pour fabriquer une masse  $m_0 = 1\text{kg}$  du diazote liquide à partir du diazote gazeux pris dans les conditions ambiantes ( $P_1 = 1\text{bar}$ ,  $T_1 = 290\text{K}$ ). La figure 2 représente le schéma simplifié du procédé Linde-Hampson pour fabriquer du diazote liquide.

La figure 3, donnée en fin d'énoncé, fournit le diagramme entropique du diazote (**à rendre avec le cahier de composition**). Sur ce diagramme les pressions sont en  $\text{bar}$  et les enthalpies massiques en  $\text{kJ.kg}^{-1}$ . À chaque utilisation du diagramme, il est demandé de justifier la réponse.

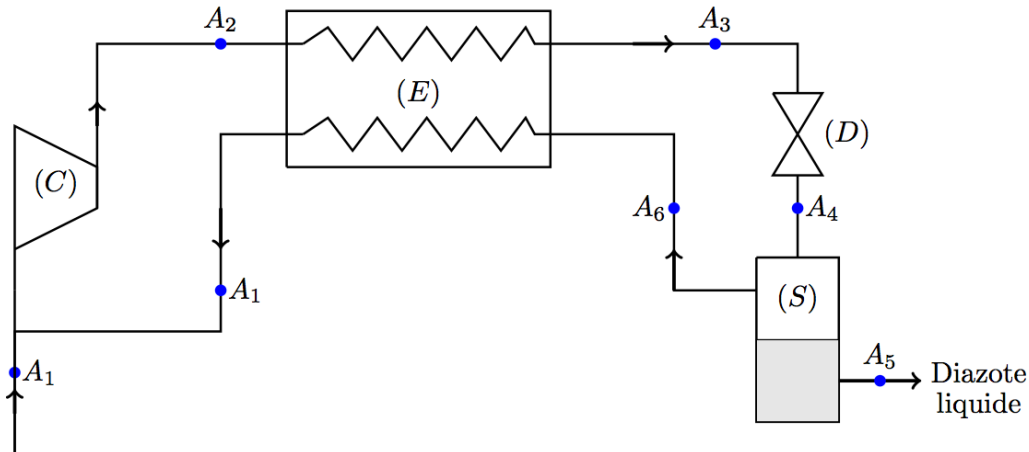


Figure 2 : Procédé Linde-Hampson

- Le diazote gazeux entre dans le compresseur (C) dans l'état  $E_1$  caractérisé par la température  $T_1 = 290\text{K}$  et la pression  $P_1 = 1\text{bar}$  et y subit une compression supposée isotherme quasi-statique qui l'amène dans l'état  $E_2$  caractérisé par la pression  $P_2 = 200\text{bars}$ . Au cours de cette transformation, le compresseur est refroidi uniquement par un circuit d'eau dans lequel l'eau subit une augmentation de température de  $10^\circ\text{C}$ .
- Le diazote est ensuite refroidi à pression constante dans l'échangeur de chaleur calorifugé (E) par le gaz recyclé provenant du séparateur jusqu'à l'état  $E_3$  caractérisé par la température  $T_3 = 158\text{K}$ .
- Le diazote subit une détente de Joule-Thomson dans le détendeur (D) jusqu'à l'état  $E_4$  caractérisé par la pression atmosphérique  $P_4 = P_1 = 1\text{bar}$ . À la sortie du détendeur, le diazote se trouve diphasé avec un titre massique en liquide  $x_{l_4}$ .
- On extrait le diazote liquide du séparateur (S) (état  $E_5$ ). La vapeur saturée sèche de diazote (état  $E_6$ ) est utilisée pour refroidir le diazote dans l'échangeur. On suppose que le diazote vapeur est ramenée à l'état  $E_1$  à la sortie de l'échangeur.

**2.1.** L'expression du premier principe pour un fluide en écoulement dans une canalisation indéformable est :  $\Delta h = w_u + q_{th}$ . Justifier cette expression, identifier les termes qui y figurent et préciser les conditions de sa validité. On suppose ces conditions vérifiées dans la suite.

- 2.2.** Énoncer l'expression du deuxième principe de la thermodynamique dans le cas d'un système ouvert en régime stationnaire.
- 2.3.** Placer sur le diagramme isentropique du diazote de la figure 3 les points  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $A_4$ ,  $A_5$  et  $A_6$  représentant respectivement les états  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$ ,  $E_4$ ,  $E_5$  et  $E_6$  du diazote. Faire figurer sur le même diagramme les courbes représentant les différentes transformations. On justifiera les réponses.
- 2.4.** En exploitant les résultats de la question précédente, compléter le tableau ci-dessous en indiquant, lorsque c'est possible, les valeurs de  $T$ ,  $P$ ,  $h$  et  $s$ .

État	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$	$E_5$	$E_6$
Température $T_i$ en $K$	290		158			
Pression $P_i$ en $bar$	1	200		1	1	
Enthalpie massique $h_i$ en $kJ.kg^{-1}$						
Entropie massique $s_i$ en $kJ.kg^{-1}.K^{-1}$						

- 2.5.** Pourquoi l'opération de liquéfaction du diazote ne peut être réalisée que si la température est inférieure à la température critique ?
- 2.6.** Calculer le transfert thermique  $q_{1 \rightarrow 2}$  reçu par le diazote au cours de la compression isotherme. Commenter le signe de  $q_{1 \rightarrow 2}$ .
- 2.7.** Calculer la masse d'eau  $m_e$  nécessaire au refroidissement du compresseur lorsque celui-ci comprime une masse  $m_0 = 1kg$  de diazote.
- 2.8.** Calculer le travail utile  $w_{1 \rightarrow 2}$  reçu par l'unité de masse de diazote de la part du compresseur.
- 2.9.** Calculer la variation d'entropie massique  $\Delta s$  du diazote dans le détendeur. La détente du diazote dans le détendeur est-elle quasi-statique ?
- 2.10.** Exprimer le titre massique  $x_{v_4}$  de la vapeur de diazote à l'état  $E_4$  en fonction de  $s_4$ ,  $s_5$  et  $s_6$ . Calculer numériquement  $x_{v_4}$ . En déduire la masse  $m_{l_4}$  du diazote liquide obtenue par kilogramme de diazote.
- 2.11.** En utilisant le résultat de la question **2.8**, calculer le travail  $w_c$  de compression nécessaire pour obtenir la masse  $m_0 = 1kg$  de diazote liquide.
- 2.12.** En déduire la puissance du compresseur  $P_c$  si l'on désire obtenir du diazote liquide avec un débit massique  $D_m = 40kg.h^{-1}$ .

### 3. Contrôle de la pureté du diazote

L'oscillateur à quartz est la solution naturelle lorsque la fréquence des oscillations doit être stable et précise. On s'intéresse dans cette partie à l'étude de la stabilité de l'oscillateur de Pierce exploité dans le capteur électronique monté dans un dispositif contrôlé en température pour détecter des impuretés dans le diazote produit. Le dépôt des impuretés engendre une variation de la fréquence d'oscillation. L'oscillateur utilise un quart piézo-électrique que l'on modélise par

le dipôle  $AB$  de la figure 4. Ce circuit est alimenté par une tension sinusoïdale de pulsation  $\omega$ . On néglige la résistance  $r$ .

- 3.1.** Montrer que l'impédance complexe  $\underline{Z}$  équivalente au dipôle  $AB$  s'écrit sous la forme :

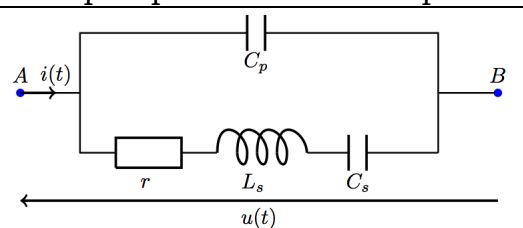


Figure 4 : Oscillateur de Pierce

$$\underline{Z}(j\omega) = \frac{1}{jC_e\omega} \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2}$$

- 3.2.** En déduire par identification l'expression de la capacité équivalente  $C_e$  ainsi que celles des pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$ .
- 3.3.** Le système possède deux fréquences de résonance définies par  $f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi}$  (fréquence de résonance série) et  $f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi}$  (fréquence de résonance parallèle). Montrer que  $f_1 < f_2$ .
- 3.4.** Calculer numériquement  $f_1$  et  $f_2$ . On donne  $C_p = 30,0 \cdot 10^{-15} F$ ,  $C_s = 8,00 \cdot 10^{-15} F$  et  $L_s = 1,00 \cdot 10^{-2} H$ .
- 3.5.** Exprimer le module  $|\underline{Z}|$  et l'argument  $\varphi$  de l'impédance  $\underline{Z}$  du quartz.
- 3.6.** Tracer l'allure de  $|\underline{Z}|$  en fonction de  $\omega$ .
- 3.7.** En déduire la nature de  $\underline{Z}$  à l'intérieur des différents intervalles de pulsation définis par  $\omega_1$  et  $\omega_2$ . Dans quel domaine de pulsation faut-il travailler pour que le quartz ait un comportement inductif ?
- 3.8.** Décrire le comportement électrique du dipôle  $AB$  lorsque  $\omega = \omega_1$  puis lorsque  $\omega = \omega_2$ .
- On souhaite étudier expérimentalement la résonance du courant  $i(t)$  de l'oscillateur de Pierce. On dispose d'un générateur basse fréquence (GBF) délivrant la tension  $e(t)$ , du dipôle  $AB$  et d'une résistance  $R = 20,0 \Omega$ . On dispose également un oscilloscope.
- 3.9.** Dessiner le schéma annoté du circuit électrique série constitué de  $e(t)$ ,  $AB$  et  $R$ . Indiquer les branchements nécessaires (et la masse) pour visualiser la tension  $e(t)$  aux bornes du GBF et l'intensité du courant électrique  $i(t)$  du circuit.
- 3.10.** Exprimer la fonction de transfert  $\underline{H}(j\omega)$  définie par  $\underline{H}(j\omega) = \frac{u_R}{e}$  où  $u_R$  et la tension aux bornes de la résistance  $R$ . Exprimer le module  $H$  de  $\underline{H}(j\omega)$ .
- 3.11.** Tracer l'allure de  $H$  en fonction de  $\omega$ .
- 3.12.** Proposer une méthode expérimentale qui permet de s'assurer que l'oscillateur est en résonance d'intensité.
- 3.13.** La résistance  $r$  (placée en série avec le dipôle  $L_s C_s$ ) du dipôle  $AB$  jusqu'alors négligée est estimée par le constructeur à  $r = 5 \Omega$ . Calculer la valeur du facteur de qualité qui s'exprime par  $Q = \frac{L_s \omega_0}{r}$  et celle de la bande passante à la résonance sachant que la résonance de l'intensité est observée pour la fréquence  $f_0 = 9,183 MHz$ . Commenter.

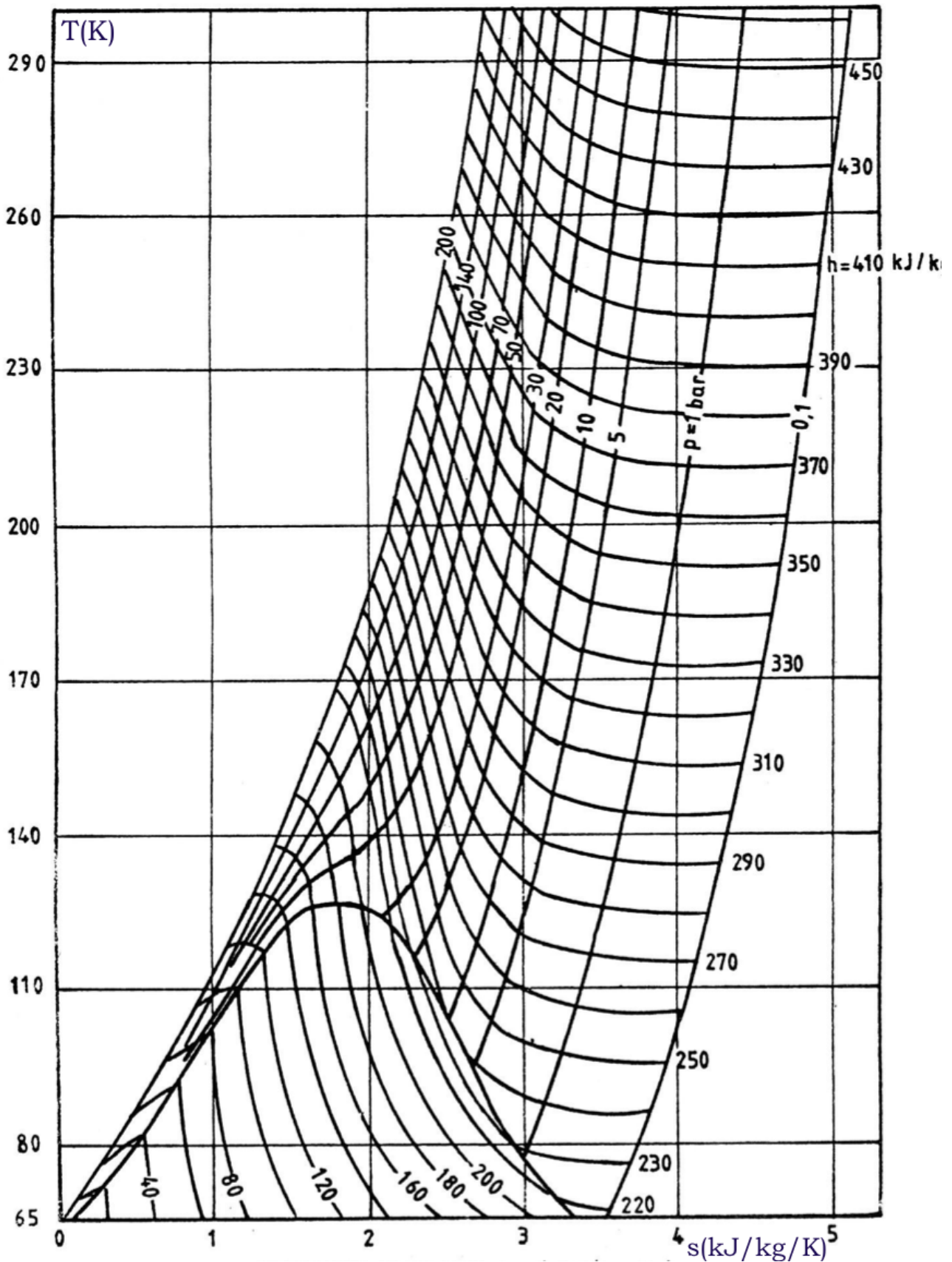


Figure 3 : Diagramme entropique du diazote (**À rendre avec le cahier de composition**).